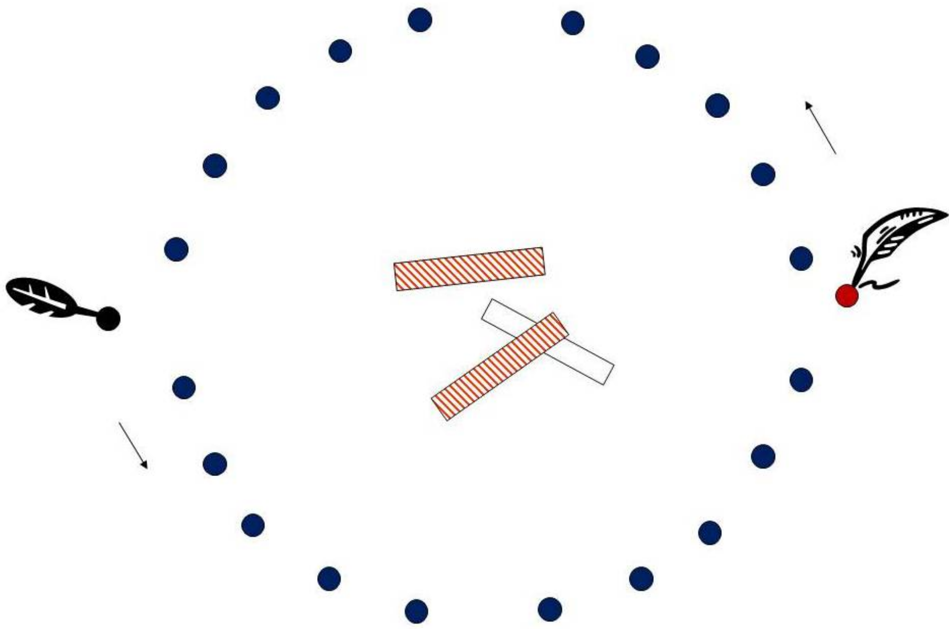
Interkantonale Hochschule
für Heilpädagogik



Stäbe werfen

Spiel der Apachen und Quelle mathematischer Erfahrungen

Stefan Meyer, Übersetzung und didaktischer Kommentar; überarbeitete Version der Work in progress

Zürich, 16.05.2012; 16.08.2012

Den White Mountain Apaches und Eva Tulene Watt gewidmet

Inhaltsverzeichnis (Auszüge aus der vorläufigen Textversion)

Vorwort
Es war ein schöner Moment, als ich auf der Website des ‚National Council Of Teachers Of Mathematics' (NCTM) auf die Beschreibung des Spiels ‚Stäbe-Werfen' stiess. Samuel E. Zordak hatte auf der Basis dieses Spiels Lektionsbeispiele entworfen.

Ich übersetzte die Spielbeschreibung sogleich ins Deutsche und stellte Spielmaterial sowie Skizzen für Workshops und Lehrerfortbildungen her. Gleichzeitig veröffentlichte ich die Beschreibung sowie didaktische Hinweise auf der Website des Flexiblen Interviews. Die Kollegin, Barbara Zutter, und ich führten mit Studierenden der Hochschule für Heilpädagogik, Zürich, Workshops durch, die positives Echo fanden. Ich danke Samuel Zordak und Barbara Zutter für die wertvollen Hinweise und Erfahrungen.

Es dauerte viele Monate, bis mir die historischen Ursprünge des Spiels besser bekannt geworden waren. Ich wollte dieses Spiel nicht einfach als didaktischen Trick vorführen, mit dem man den Rechenunterricht „interessanter" machen könnte. - Das Spiel ist ein Kulturgut, es hat eine Geschichte und wie die Literatur zeigt, viele Geschichten (Watt, 2004). Es geht um ein Enracinement (Einwurzelung), um den Begriff von Simone Weil zu verwenden, welches diesem Spiel eine besondere Bedeutung gibt. Drei und vierjährige Kinder sowie Schulkinder lassen sich von den Geschichten der Indianer beseelen, wie im folgenden Text geschildert wird. Diese Beseelung führt durch die Geschichten, durch die Suche von schönen Steinen, durch das Herstellen von Stäben und durch die Spielfiguren. Sie führt weiter durch die Spielerfahrungen, die Regelerfahrungen, die kreativen Spielideen und letztendlich auch zur Arithmetik. Wenn es gelingt, Beseelung, d.i. Erfahrung im Sinne von Laing (1969) mit Lernen zu verknüpfen, so wird Lernen im Sinn des Integrationspädagogen, Nicola Cuomo, kultiviert. Er nennt die Methode ‚l'emozione di conoscere', was man mit Empathie und verstehen übersetzen kann.
Der Bologneser Schreiner, Giuseppe Di Seleni, schenkte mir Holzstäbe, die im Herbst 2011 in Workshops mit Eltern und Studierenden in Florenz und Bologna zum Einsatz kamen. Ich danke ihm herzlich, vor allem auch für den unvergesslichen Satz: „Wenn du die Stäbe und meine Arbeit bezahlst, musst du alles hier lassen. (,,,) Ich habe als Junge auch Indianer gespielt" (Di Seleni, persönl. Mitteilung, 11.10.2011).

Im Dezember 2011 konnte ich Kontakt aufnehmen mit Gary Loutzenheiser und den Mitarbeiterinnen des ‚Apache Cultural Center & Museum' der Fort Apache Indian Reservation. Ich danke ihnen herzlich für die Hilfe und den Humor, mit denen sie mich bei den Recherchen unterstützt haben. „Don't let the sun step over you!", sprach mir die Bibliothekarin am Ende

eines Telefons zu. Es ist der Titel von Eva Tulene Watt’s (2004) Buch über das Leben einer White Mountain Apachen-Familie in den Jahren 1860-1975.
Auf das Spielen in der Erziehung und der Schule übertragen, könnte der Satz bedeuten: Wer nicht spielt, gleicht demjenigen, der die Sonne und den Tag verpasst.

21.12.2011 Stefan Meyer

1 Einleitung zum Spiel „Stäbewerfen“

Dieses Spiel geht auf die Apachen zurück, die im Südwesten der USA und im Norden Mexikos lebten.
Das Spiel „Stäbe werfen“ (Throw Sticks) wurde auf einer Webseite von Arnason, Maeers, McDonald und Weston (o.J.) zusammengestellt. Treptau (o.J) hat die Materialien hergestellt. Die Webseite bietet weitere Vorschläge für Glücksspiele, Strategiespiele und andere an. Die Autoren beziehen sich auf das Buch von Carlson (1994), in dem auch andere Spiele, Bastelanleitungen, Kochrezepte und anderes mehr beschrieben werden.
Eine andere Quelle (Reagan, 1903) berichtet, dass das Spiel v.a. von Frauen gespielt worden ist. Es sei im Winter oder an arbeitsfreien Tagen gespielt worden. Es sei ein Glückspiel gewesen, bei dem man auch um Kleider oder billigen Schmuck gewettet habe.
Das Spielfeld, so Reagan (1903) habe aus einem Steinkreis mit einem Durchmesser von sechs oder sieben Fuss bestanden. Man habe vier Mal zehn Steine ausgelegt, sodass die Viertel etwas voneinander getrennt waren. Jeder Stein symbolisierte einen Spielabschnitt, alle vierzig Steine bildeten ein Spiel. In der Mitte des Steinkreises habe man einen flachen Stein hingelegt. Auf ihn habe man die Stäbe geworfen.

Die Spielmarken und die Stäbe für das Spiel „Stäbe werfen“ können im Werkunterricht hergestellt werden. Die Kinder können auch ihre eigenen Lieblingsfiguren mitbringen (Leuchtpony, Indianerfigur usf.). Schnitzt man die Symbole in die Holzstäbe, so steht das Spiel auch blinden Menschen zur Verfügung, siehe Abschnitt 2.2.
Das Spiel enthält m.E. hervorragende spielpädagogische und mathematikdidaktische Eigenschaften. Die letzteren lassen sich verschiedenen Entwicklungsniveaus zuordnen. Aus diesem Grund wurden in diesem Reader weitere Webseiten und Gedanken zur Niveauorientierung, Individualisierung und Differenzierung angefügt.
Im ersten Teil befindet sich die Übersetzung des Original-Artikels. Der Anfang und das Ende sind mit drei Sternchen (***) markiert. Der zweite Teil ist der von mir verfasste mathematikdidaktische Kommentar.

***

1.1 Geschichte des Spiels

Völker kamen zu grossen Festen zusammen, die etwa vier Tage dauerten. Es wurde gegessen, getanzt und gespielt. Es handelte sich vielfach um Glücksspiele, in denen es mit grossen Einsätzen gegen die benachbarten Stämme ging.

1.2 Das Material

40 Steine, die im Kreis ausgelegt werden. 3 Stäbe. 2 Platzhalter aus Federn (Muscheln, Stäbe, etc.)

1.3 Die Spieler

Es nehmen 2 Spieler teil.

1.4 Der Spielaufbau

Abbildung 1

Spielaufbau und Spielrichtung

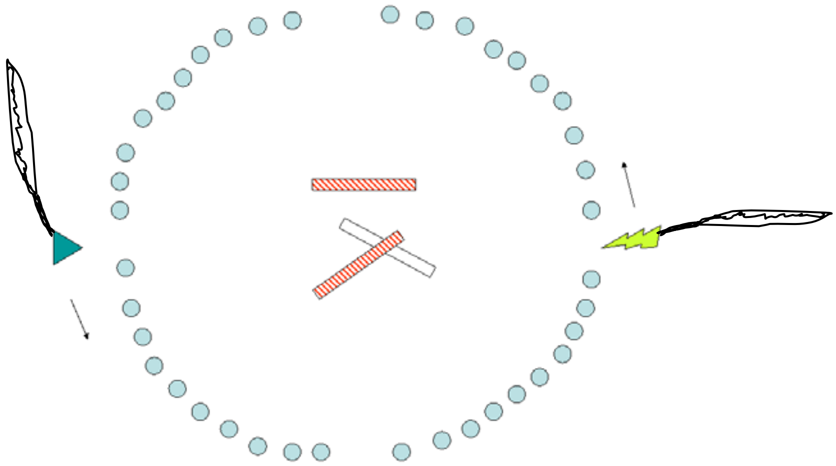


Abb. 1 zeigt, wie die 40 Steine zu einem Kreis ausgelegt werden. Sie sind unterteilt in 4 Gruppen von 10 Steinen. Die beiden Platzhalter legt man einander gegenüber.

1.5 Die Spielregeln

Man wirft die drei Stäbe in den Kreis hinein. Nun bestimmt man den Punktewert und bewegt die Platzhalter entlang der Steine. Jeder Stein entspricht einem Punkt. Wenn ein Platzhalter am Standort des Gegners ankommt oder diese Stelle überholt, so muss der Platzhalter des Gegners zum Startpunkt zurückgehen.

1.6 Wie gepunktet und geurteilt wird

Die verschiedenen Kombinationen führen zu verschiedenen Punktewerten. Die sichtbaren Muster ergeben:

3 leere Seiten	= 10 Punkte
2 leer, 1 bemalt	= 1 Punkt
1 leer, 2 bemalt	= 3 Punkte
3 bemalt	= 5 Punkte

Wer zuerst an allen 40 Steinen vorbeigezogen ist, hat gewonnen.

1.7 Themen der Mathematik

Wahrscheinlichkeit, Muster und Relationen, Zahlen und Operationen (strukturiertes Zählen, Stellenwert), mit Daten umgehen.

***

2 Fachdidaktische Hinweise im Umgang mit dem Spiel (Stefan Meyer)

In den folgenden grösseren Abschnitten wird zuerst die Einbettung des Spiels in den Mathematikunterricht thematisiert. Dann wird die Implementierung des Spiels in den Vorschulbereich und die Unterstufe der Regelschule erörtert. Kinder mit besonderem Förderbedarf benötigen u.U. spezielle Anpassungen, die man mit dieser Spielanlage leicht herstellen kann. Das Spiel dient auch auf höheren Stufen als Modell (Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Prozentrechnen. Dies wird in den letzten Abschnitten thematisiert.
Es sei nochmals betont, dass alle folgenden Überlegungen einerseits von hypothetischer und andererseits von exemplarischer Natur sind. Die exemplarische Natur besteht in der Logik und in der Kohärenz der Arithmetik. Das Stäbewerfen ist ein konkretes Modell wie andere Hilfsmittel auch. Die hypothetische Natur bedeutet, dass die Überlegungen ein Simulacrum sind, das eine erwachsene Person konstruiert hat. Die Denkwege und Handlungen der Kinder sind und bleiben einzigartig, subjektiv und in Relation zum Kontext. Dies ist die Conditio sine qua non der Pädagogik. Das bedeutet für das Stäbewerfen: das Stäbewerfen ist kein Deus ex machina. Es ist ein Hilfsmittel des unendlich grossen Feldes der Mathematik, das in den contrat didactique mit den Kindern und den Eltern integrieren werden kann.

2.1 Lehrplanbezug, Lernziel, Lehrmittel

In den didaktischen Hinweisen zum Stäbe-werfen werden Bezüge zum Lehrplan bzw. zu den Standards der NCTM hergestellt (Zordak, o.J.). Ein allgemeines Schema soll Interessierte dazu anregen, die Aktivitäten des Mathematisierens in den Lehrplan und die Schulstufen zu integrieren. Es soll uns bewusst sein, dass dadurch der Lehrauftrag an den Mathematikunterricht mit den Potenzialen von Spielen (Alltagsphänomenen) verknüpft und legitimiert werden kann. Dieser Prozess ist deduktiv und institutionell. Er hat auch eine spekulative Komponente, im Sinne eines Gedankenexperiments, in dem man ein lehrplanbezogenes, fachdidaktisches Koordinatensystem aufbaut. Es ist wie bei der Kartographie: der Topos wird erst bewahrheitet, wenn man ihn begeht, erkundet und in Gesprächen mit Kolleginnen und Kollegen, v.a. aber in Gesprächen mit Schülerinnen und Schülern validiert.
Das Lernen aus Erfahrung wird sichtbar gemacht.

Tabelle 1

Vernetzung zwischen den Ebenen und den Themen

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">Der Lehrplan</td></tr>
<tr><td align="center">Thema 1</td><td align="center">Thema 2</td><td align="center">Thema 3</td><td align="center">Thema 4</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Lehrmittel, Lehrerkommentar</td></tr>
<tr><td align="center">Aufgaben</td><td align="center">Aufgaben</td><td align="center">Aufgaben</td><td align="center">Aufgaben</td></tr>
<tr><td align="center">Problemlösen</td><td align="center">Forschendes Lernen</td><td align="center">Modellieren</td><td align="center">Übung</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">↨ Mathematisierung ↨</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">↑ Stäbe werfen als Gesellschaftsspiel ↑</td></tr>
</table>

Tabelle 1 bringt zum Ausdruck, dass man in der Implementierung des Spiels bestenfalls von zwei Richtungen ausgeht. Gewöhnlich wird der Unterricht von oben im Zusammenspiel zwischen den Lehrmitteln, den Lehrerkommentaren und dem Lehrplan geplant. Dies nennen wir den *deduktiven Zugang*. Von ihm ausgehend werden verschiedene Typen von Aufgaben *kreiert* und den Schülern vorgelegt. Diese Aufgaben sind Artefakte, Kunstprodukte aus der Feder der Erwachsenen. Der zweite Zugang erfolgt von unten. Das bedeutet, dass man eingedenk der regulären Pläne und Mittel von der Spielerfahrung der Lernenden ausgeht, damit bedeutsame Themen im Mathematikunterricht *generiert* werden können und zur Anwendung kommen. Dies ist der *induktive* Weg.

Der induktive Weg wurde in Unterrichtsprojekten von Constance Kamii vom Kindergarten bis zur vierten Klasse entwickelt und erprobt. Auch in andern Unterrichtsprojekten konnte belegt werden, dass die Kinder sehr stabile mathematische Kompetenzen aufbauen und sichern konnten (Kamii, 1985; Ramani & Siegler, 2008). Eine eindrückliche Beschreibung der generativen Methode wurde von Paulo Freire Ende der fünfziger Jahre des letzten Jahrhunderts für die Alphabetisierung vorgelegt. Dabei spielt die wissenschaftlich verankerte Ressourcenorientierung gegenüber den Sprach- und Welterfahrungen der Lernenden eine zentrale Rolle (Freire, 1977).

Bei der Mathematisierung von Spiel- oder anderen Welterfahrungen geht es überhaupt nicht darum, den deduktiven Weg gegen den induktiven auszuspielen oder umgekehrt. Zwischen den beiden Zugängen besteht eine Wechselwirkung. Es ist wie beim Huhn und beim Ei: das Huhn wird gefüttert, die Eier werden gebrütet oder gekocht. Die Lehrpersonen sind verantwortlich, dass in der Klasse oder in der Einzelförderung ein wirkungsvolleres Verhältnis gepflegt wird.

2.2 Die Herstellung des Spielmaterials

Das Herstellen von Stäben und Platzhaltern kann im Werkunterricht organisiert werden. Es gibt sehr viele Möglichkeiten. Wählt man z.B. Pfeilspitzen aus Metall, welche aus Blech ausgeschnitten, abgekantet und mit Stanzwerkzeugen verziert werden? Stellt man Pfeilspitzen aus Holz oder Steinen her? Natürlich könnte man auch Indianerfiguren oder Pferdefiguren als Platzhalter einsetzen.

Ich habe die Stäbe aus Holzleisten aus Buchenholz hergestellt (sie sind im Baumarkt erhältlich). Die Symbole der Dakota-Indianer sind mit Kugelschreiber gezeichnet (siehe Abb. 13 im Anhang). Manchmal findet man in am Rand von Gewässern Treibholz, das sich auch sehr gut für die Spielstäbchen eignen würde.

Blinde Personen können die gezeichneten Symbole nicht sehen. In diesem Fall schnitzt man die Symbole in die Holzstäbe (siehe Abb. 2 und 3).

Abbildung 2

Schlangensymbol geschnitzt

Die Abbildung 2 zeigt Holzstäbe mit geschnitzten Schlangensymbolen, die mit Nagellack ausgemalt worden sind.

Abbildung 3

Bergsymbol mit Hinweis für die Ausrichtung

Abbildung 3 zeigt die Stäbchen mit einem Bergsymbol. Hier mussten drei Löcher auf der linken Seite der Symbole angebracht werden, damit die Ausrichtung der Stäbchen erkannt werden kann.

Nach einem Stäbe-Werfen-Spiel mit Prof. Nicola Cuomo bekam ich den Rat, eine kleinere Spielanlage herzustellen. Diese erlaubt blinden Personen, die Spielanlage auf Anhieb wahrzunehmen. Ein grosser Steinkreis überfordert die Wahrnehmung und vor allem die Orientierung während des Spielverlaufs.

Abbildung 4

Kleiner Spielkreis mit 40 verzinkten Hutmuttern

Die Hutmuttern wurden auf ein Sperrholzbrett geschraubt (siehe Abbildung 4). Das Spielbrett ist 210 x 297 x 8 mm gross, das entspricht dem Format A4.

2.3 Differenzierung und Niveauorientierung im Spiel

Wenn Kindern die Grösse der Menge (noch) nicht behagt, oder wenn sie Schwierigkeiten mit dem Zählen und den Zahlbegriffen haben, so muss die Spielanlage variiert werden, siehe Tabelle 2. Lassen Sie das Kind die Menge der Steine bestimmen. Klären Sie mit dem Kind, welche Regeln der Zuordnung der Punkte gelten sollen. Das macht man am besten, indem man dem Kind Stäbe auf der einen Seite und Würfel auf der andern Seite zeigt. Besprechen Sie mit dem Kind konkrete Spielvarianten. Das Kind soll entscheiden, welche Variante ihm am besten passt. Dies wäre eine natürliche und kommunikativ validierte Niveauorientierung und Differenzierung. Piaget (1983) hat am Beispiel des Murmelspiels erforscht, wie sich bei Kindern das Spielverhalten und das Bewusstsein über die Regeln und die Sachverhalte im Verlauf der Entwicklung verändert. Diese Forschungserfahrung könnte auch bei diesem Spiel berücksichtigt werden. Das Verhalten und das Bewusstsein über das Spiel auf der einen Seite sowie die Handlungsmöglichkeiten und die Reflexionen beim Mathematisieren auf der andern Seite unterstehen Entwicklungen des Denkens und des Handelns. Die flexibel angewandte Spielpädagogik und die niveauorientierte Mathematikdidaktik ihrerseits können diese Entwicklungen fördern und herausfordern.

Wenn klar ist, dass die Kinder diese Anlage überhaupt nicht mögen, so klären Sie Alternativen. Im elementaren Bereich könnte das Spiel „Carrace“ zum Einsatz kommen. Es ist analog aufgebaut wie die rechteckige Anlage zum Stäbewerfen.

Tabelle 2

Mögliche Spielvarianten

Schulstufe / Niveau	Grundform	Menge	Würfel	Stäbe
Vorschule	Kreisförmig	≥10	-	Ja, einfachste Verknüpfungsregel: 3 Zeichen = 3 Steine usf.
Vorschule / Elementar	Kreisförmig	≥12	-	Ja, einfachste Verknüpfungsregel: 3 Zeichen = 3 Steine usf.
Vorschule / Elementar	Ev. rechteckig	≥20	1	Ja, einfachste Verknüpfungsregel: 3 Würfelpunkte = 3 Steine usf.
Vorschule / Elementar erweitert	rechteckig	≥20	2 oder mehr	Ja, komplexere Verknüpfungsregel
Vorschule / Elementar	kreisförmig	≥20	1	Ja, einfache Verknüpfungsregel
Anfangsunterricht / Erweitert	kreisförmig	40	2 oder mehr	Ja, komplexe Verknüpfungsregel
Anfangsunterricht / Erweitert	kreisförmig	>40	2 oder mehr	Ja, komplexe Verknüpfungsregel
Höhere Stufen / Erweitert	kreisförmig	100	2 oder mehr	Ja, komplexe Verknüpfungsregel
Höhere Stufen / Erweitert	Kreisförmig	>100	2 oder mehr	Ja, komplexe Verknüpfungsregel
Blinde Personen	Kreisförmig	diverse	diverse	diverse

Tabelle 2 verdeutlicht Differenzierungsmöglichkeiten des Spiels und der Regeln. Wenn Kinder lieber mit Würfeln spielen, sollte man dies zulassen. Die Kenntnisse der Spielwürfel sind eine Ressource. Der Wechsel zu den Stäben und den abstrakter symbolisierten Mengen erfolgt dann, wenn die Kinder bereit sind dazu. Im Umgang mit strukturierten und abstrakter symbolisierten Mengen können die Punktewerte der Stäbe beliebig vereinfacht und kombiniert werden. Die Vereinfachung oder die Erhöhung der Ansprüche sollen wenn immer möglich vom

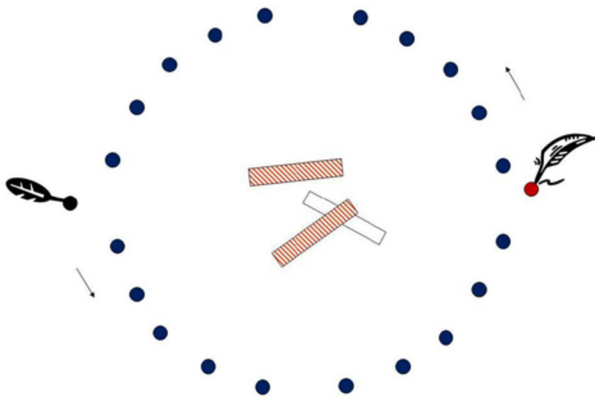
Kind selber definiert werden. Dies sind einsichtige, natürliche und dialogische Differenzierungen, welche dem Kind die Erfahrung bestätigen, dass es selber der *Regisseur* der Situation ist. Die Menge der Steine des Kreises ist ebenfalls variabel. Man könnte anstatt der 40 Steine nur 3 mal 10 Steine legen. Oder man wählt 4 mal 5 Steine, siehe den Abschnitt 2.4 über das „kleine“ Stäbe-Werfen. Man kann die Steine auch analog zu 12 Stunden der Uhr auslegen. Lassen Sie die Kinder die Menge der Steine auswählen und einteilen, welche ihnen am besten passt. Sie sollen auch in diesem Punkt die Regisseure des Spiels sein.
Die bereits erwähnten Differenzierungen gelten auch für blinde Personen, deshalb wurde in der Tabelle nur noch der Vermerk ‚diverse‘ gemacht. Das vorgeschlagene Spielmaterial (Holzbrett mit Hutmuttern) erlaubt die Differenzierung der Menge und der Punkteregeln. Flache Schalen oder Deckel von Kartonschachteln verhindern zudem das Wegrollen von Würfeln oder den Verlust von Holzstäben.

2.4 Das „kleine“ Stäbe-Werfen

In diesem Abschnitt wird eine Spielvariante exemplarisch skizziert. Dieses Spiel ist für Kinder, die Mühe haben, Zahlenmengen zu strukturieren. Sie fühlen sich sicherer, wenn sie Mengen zählend aufbauen können. In diesem Fall würde man die Spielanlage verkleinern, siehe Abb. 3. Die Spielanlage könnte auch kleinen Kindern behagen. Unter Umständen müssen die Regeln, nach denen die Punkte generiert werden, so angepasst werden, dass man Spielwürfel oder einfachere Regeln für die Stäbe vereinbart. Die Strategien der Anzahlbestimmung sowie die Zähltechniken sollen sorgfältig aufgebaut und im Spiel eingeübt werden. *Merke, dass die Phase der Regelvereinbarung bereits ein Moment ist, in welchem die arithmetischen Kompetenzen der Kinder beobachtet und differenziert werden können.* Die erwachsene Person teilt dem Kind die Rolle des Regisseurs der Spielanlage und der Regeln zu, siehe Abschnitt 2.3.

Abbildung 5

Spielaufbau vier mal fünf Steine



Mit der redimensionierten Anlage (siehe Abb. 5) könnten Kinder angesprochen werden, welche lieber im Zahlenraum bis zwanzig operieren möchten. In diesem Fall müssten auch die Punktewerte und die Spielentscheide angepasst werden. Im einfachsten Fall sind die Punkte des Würfels oder die Stäbe mit einem Zeichen identisch mit den Steinen, an denen man vorbeiziehen darf. Das wäre eine Eins-zu-Eins-Zuordnung. Im folgenden Beispiel ist bereits eine einfache Strukturierung der Punktemenge vorgeschlagen. Dadurch könnte die strukturierte Mengenerfassung erkannt und geübt werden.

3 leere Seiten	=	5 Punkte
2 leer, 1 bemalt	=	1 Punkt
1 leer, 2 bemalt	=	2 Punkte
3 bemalt	=	3 Punkte

Das „kleine“ Stäbe-Werfen hat gewonnen, wer zuerst an allen 20 Steinen vorbei gezogen ist.

Man könnte die Kinder entscheiden lassen, ob sie die Punkte lieber mit den Stäben oder mit Würfeln bestimmen möchten.

Auf diese Weisen könnten Anpassungen an die Niveaus und die Interessen umgesetzt werden. Diese Differenzierung erfordert, dass die Spielerpaare die Niveaus selber bestimmen können. Es kann je nach den Umständen notwendig werden, dass die Spielanlage noch genauer differenziert werden muss, wie die folgenden Beispiele verdeutlichen.

2.4.1 Erfahrungsbericht: erste Kontakte von kleinen Kindern mit dem Spiel

Das Spiel führt kleine Kinder im Alter von 3-4 Jahren sowie Pädagoginnen oder Pädagogen zu interessanten Auseinandersetzungen. Die Begegnungen erinnern auch an Phänomene, welche in der Forschung erörtert worden sind. Sie geben Hinweise auf die Entwicklung des Verständnisses und auf die Entwicklung der Interessen an diesem Spiel. Dieser Abschnitt möchte beiden Achsen Rechnung tragen, nämlich der Erfahrung und der wissenschaftlichen Erörterung. Zu diesem Zweck wird zuerst eine Beobachtung vorgestellt. Danach wird sie mittels theoretischer Konzepte erörtert.

Ich stellte das Stäbchenwerfen zwei Geschwistern vor. Der Junge ist vier Jahr alt, wir nennen ihn Carlo. Seine Schwester, Anna, wird gerade drei Jahre alt. Ich erzählte ihnen vom Spiel, das von den Apachen-Indianern stamme. Carlo reagierte begeistert. Er befindet sich gerade in einer Spielphase, in der er mit einer Freundin leidenschaftlich gern Indianer spielt. Pfeil und Bogen, Schnüre und Federn gehören zum Spielzeug. Damit inszenieren die beiden allerhand Rollenspiele.
Die Stäbchen aus Treibholz wurden zugeschnitten und geschliffen. Aus Zeitgründen konnten wir die Steine nicht gemeinsam suchen. Ich besorgte gut 40 kleine, flache Steine.
Anderntags bat mich Carlo, ihm das Spiel zu zeigen. Er wollte, dass ich die Zeichen auf eine Seite der Stäbchen malte. Er schlug ein Pferd und einen Bison vor. Danach legten wir einen Kreis mit zwanzig Steinen aus. Carlo legte den Steinkreis mit Geschick. Die Anzahl der Steine konnte er noch nicht vollends bestimmen. Die Zahlwortreihe und den Vorgang des Abzählens meisterte er bis zur Menge sieben. Nun erläuterte ich ihm eine *vereinfachte* Regel. Pro Stab mit sichtbarer Zeichnung darf man einen Stein vorwärts gehen. Wir nahmen als Spielfigur je einen Stein (ein Tierchen oder ein anderes Objekt wäre eine klarere und geeignetere Spielfigur gewesen). Die Zuordnungsregel „wenn sichtbares Zeichen, dann einen Stein vorwärts fahren“ erforderte am Anfang noch etwas Übung, aber es gelang. Später trat Anna hinzu, sie wollte das Spiel auch lernen. Carlo hatte in der Zwischenzeit das Interesse auf andere Spielideen gelenkt. Er griff zum Filzstift und zeichnete einen Punkt auf jeden Stein des Kreises. Anna tat es ihm gleich. (Im Nachhinein kam mir in den Sinn, dass ich nach den Bedeutungen dieser Punkte hätte fragen können.) Dann fügte er die Steine zu einer rechteckigen Mauer zusammen, in der man Tiere gefangen halten und frei lassen könne. Nach diesen Inszenierungen verliess Carlo den Spielplatz. Anna wollte das Spiel beginnen. Die Kreisform konnte sie noch nicht herstellen. Die Zählfertigkeit von Anna ist recht gut entwickelt. Ich reduzierte die Grösse des Kreises auf zehn Steine. Anna konnte die Regel „ein

Zeichen pro Stab entspricht einem Schritt im Steinkreis“ nach wenigen Übungen anwenden. Sie hatte mit ihren Würfen das Ziel zuerst erreicht und „gewonnen“.
Eine Stunde später spielten Carlo und Anna das Spiel gemeinsam. Als Spielfiguren hatten die beiden ein Pferd und einen Hund ausgewählt. Entgegen der klassischen Regel hatte ich einen gemeinsamen Startpunkt vorgeschlagen. Carlo‘s Pferd lag nach wenigen Würfen im Vorsprung. Die Zuordnungsregel beherrschten die Beiden gut. Nachdem Carlo den Kreis als Sieger beendet hatte, schlug er erneut vor, aus dem Steinkreis einen Käfig zu bauen, in dem man die Tiere einsperren und frei lassen konnte. Das spielte er kurze Zeit mit mir. Anna entfernte sich. Zum Schluss baten mich Anna und Carlo, ihnen Geschichten aus ihren Lieblingsbüchern zu erzählen.

2.4.2 Erfahrungsbericht: Altes Spiel – neue Ideen

Ein Jahr später begegnete ich Anna (4 J.) und Carlo (5 J.) erneut. Sie erinnerten sich an das Spiel, hatten aber Stäbe verloren. So schmirgelten sie zuerst die neuen, unbehandelten Stäbe, die ich ihnen mitgebracht hatte. Carlo wollte auf zwei Stäben ein Haus malen. Anna wollte eine Puppe zeichnen. Ich wies sie an, nur eine Seite zu bemalen.
Carlo rannte danach in den Garten und kam mit einigen Steinen zurück. Da es zu wenige waren für einen Steinkreis, holte er die Duplo-Steine. Ich half ihnen beim Abzählen der 20 Steine. Die Kinder wählten die Steine aus dem Garten als Spielfiguren. Als der Kreis geformt war, warfen wir die Stäbe zur Probe und erinnerten, was die Zeichen bedeuteten (1 Symbol = 1 Punkt).
Es kam zu zwei Spieldurchgängen. Den ersten hatte Anna gewonnen. Den zweiten Carlo. Beide Male erwähnte Carlo mehrmals, dass es nichts ausmache, wenn jemand hinten liege oder bald gewinne, es sei ja nur ein Spiel.
Anschliessend stellte Carlo eine Idee vor, die man als „Carlo’s Halbkreis“ betiteln könnte, siehe Abbildung 6.

Abbildung 6
Carlo’s Halbkreis

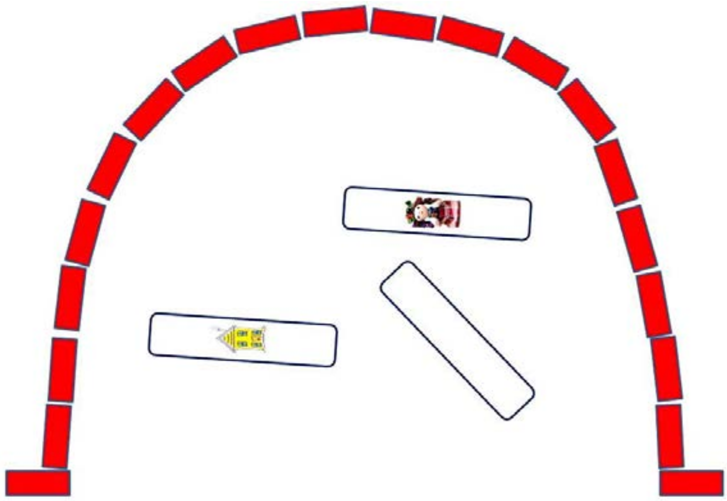


Abbildung 6 illustriert die von Carlo vorgebrachte Idee. Der Knabe baute den Kreis zu einem Halbkreis um. Anschliessend erläuterte er die Spielregeln. Man musste sich vor den Halbkreis setzen und die Stäbe werfen. Leere Stäbe legte er unten links hin, die Stäbe mit den Symbolen rechts, siehe Abbildung 7.

Abbildung 7
Klassifizierte Stäbe

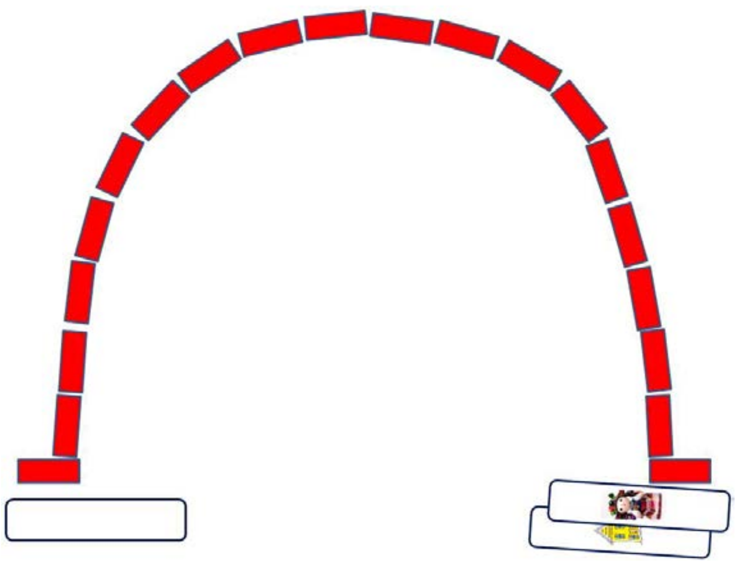


Abbildung 7 zeigt wie die geworfenen Stäbe räumlich getrennt und klassifiziert worden sind. Links keine Punkte, rechts die Punkte. Dieses Spiel wurde mehrere Male wiederholt. Ich schlug nach einer gewissen Zeit vor, dass man mit den Fingern und ausgestreckten Armen den Spielern, die im Rücken sassen, zeigen müsse, wie viele Punkte man habe. Die Kinder nahmen diese Regel an und streckten die Finger gemäss den geworfenen Punkten aus.

Ich staunte, dass Carlo nicht wie ein Jahr zuvor ein Symbolspiel vorgeschlagen hatte, sondern einen Teil des Stäbe-Werfens heraus löste und damit ein neues Spiel konstruierte, an dem auch Anna Gefallen fand.

--Abbildungen neu nummerieren-------------------------

2.4.3 Erfahrungsbericht: Kinder und der Onkel mit einer Behinderung

Die Mutter des gut zwanzigjährige Sohnes mit Trisomie 21 (Down-Syndrom), wir nennen ihn Antonio, hatte an einem Workshop in Florenz teilgenommen, in dem ich einer Gruppe von Interessierten u.a. das Stäbewerfen näher gebracht hatte. Die Mutter hatte sich vorgenommen, das Spiel am Wochenende ihren vier und fünfjährigen Enkelkindern vorzustellen. Die Kinder hatten die Spielfiguren mitgebracht. An diesem Wochenende war auch Antonio zugegen. Erst sagte er, dass er das Spiel von einer früheren Begebenheit bereits kenne und dass es ihm nicht gefalle. Die Enkel hatten sich vor dem Spiel selber zusätzliche Rollen zugeteilt wie zum Beispiel diejenige des Schiedsrichters. Das jüngere Kind konnte schon sicher bis zehn zählen. Als Antonio seine Mutter und die Enkelkinder spielen sah, trat er hinzu und fragte: "Kann ich auch mitspielen." Antonio nahm an der darauf folgenden Spielrunde teil. Er tat so, als würde er die Spielregeln vom Blatt lesen. Ein Enkelkind spielte den Schiedsrichter, welche das Geschehen beobachtete und die Befehle erteilte. Antonio konnte ohne Probleme bis fünf zählen. Wenn es galt, die Stäbe zu kombinieren und höhere Punktzahlen zu spielen, hatte er Probleme, welche die Enkelkinder nicht begreifen konnten. Die Mutter und Nonna löste es so, dass alle miteinander die Punktezahlen am Steinkreis zählen mussten.
Antonio habe sich gut gefühlt, berichtete die Mutter. Er habe ein Spiel gewonnen. Immer hätte er versucht, die Stäbe in einer für ihn vorteilhaften Weise zu werfen. Im Nachhinein ist der Mutter in den Sinn gekommen, dass es angebrachter gewesen wäre, wenn anstelle der Stäbe ein Würfel verwendet worden wäre.

In der Nachbesprechung und Supervision des Workshops mit Prof. Nicola Cuomo vom 11.11.2011 stellte sich heraus, dass das Spiel eine Sogwirkung auf die Mutter, Antonio und die Enkelkinder ausgeübt hatte. Diese Motivationen hatten die Sichtweise der Mutter sowie die Konzentration auf die Verhaltensregeln im Umgang mit Personen mit Trisomie 21 verwischt. Das zeigte sich darin, dass sie ohne konkrete Klärung den Satz von Antonio übernommen hatte, dass er das Spiel schon kenne. Das Spiel teilt allen Teilnehmenden die Rolle des Spielers / der Spielerin zu. In diesem wie in andern besonderen Fällen müsste geklärt werden, welche Rolle Antonio im Gefüge der Spielsituation einnehmen würde. Antonio ist der erwachsene Onkel. Man müsste alles unternehmen, dass die Rollenkohärenz aufrecht

erhalten bleibt zwischen der Mutter/Grossmutter/<u>Erwachsenen</u> auf der einen Seite, dem Sohn/<u>Erwachsenen</u>/Onkel auf der andern Seite und den Enkeln/Nichte-Neffe/<u>Kind</u> als Dritte im Bunde. Zudem weiss die Mutter, dass ihr Sohn bis fünf sicher zählen kann. Die Nichtbeachtung der Differenzierung zwischen Erwachsenen und Kindern führt zu einer Regression auf die Mutter/Grossmutter – Kind (Sohn / Enkel) – Achse. Dies wäre ein Element der behindernden sozialen Faktoren.
Die Verwischung des Wissens, der Regeln sowie die diffuse Wahrnehmung der Logik der Situation trugen zum Teil dazu bei, dass Antonio zwar gewann, aber als „Behinderter“, der nur bis fünf zählen kann, vorgeführt worden war.
Es ist produktiver, wenn man in der Vorbereitung eines Spiels, bei dem eine Person mit einer Behinderung integriert wird, die Ressourcen beachtet. Dies ist der Ausgangspunkt in der Methode von Nicola Cuomo (vgl. l’emozione di conoscere). Antonio könnte die Steine hervor nehmen und den Steinkreis legen. Man weiss, dass Antonio die Würfelbilder kennt und beherrscht. Aus diesem Grund müssten Würfel und nicht die Stäbe und die Original-Punkteregeln des Spiels angewendet werden. Antonio müsste operativer ins Spielsystem integriert werden. Das hiesse, beim Spielaufbau genau darauf zu achten, was jemand weiss und was er noch nicht weiss. Dies müsste nach Cuomo *indirekt* geschehen. Denn die direkte Prüfung vor anderen, sowie die Unterweisung oder Belehrung während des Spiels würden auf die Behinderung von Antonio zielen. Er würde „kleiner“ und „unwissender“ gemacht als seine Nichte und der Neffe. Dieses Behindert-Machen liegt nicht in der Natur des Spiels, sondern in einer naiven und wenig elaborierten Didaktik des Spiels. Die wiederholte Belehrung mit den Regeln und Zähltechniken ist deshalb *Indiz für ein Vorurteil*, welches das Lernen und das Lehren emotional und kognitiv blockiert und antipädagogisch ist (De Pellegrin, 2009). Der im Voraus festgelegte Einsatz des Würfels hätte Antonio, den Onkel, kompetent gemacht, ohne dass die Erfahrung des Behinderten, der geführt / belehrt werden muss, zum Ausdruck hätte kommen müssen. Die Kommunikation und die Beziehung würden in der Art moduliert, dass Antonio’s Wissen und Können provoziert würden, während der Pädagoge die Prozesse über sein „elaboriertes Unwissen“ und die echt und geschickt platzierten Fragen indirekt führt.

Winnicott (1984) führte aus, dass eine Gruppe von jüngeren Kindern sowie Gruppen von Kindern und Jugendlichen mit einer Verhaltensstörung unbedingt *Deckung* durch eine kompetente Gruppenpsychologin oder Erzieherin benötigen. Antonio’s Mutter versuchte, die Konfusionen und Irritationen durch das gemeinsame Zählen der Steine in einen Kompromiss zu führen. Die Erfahrung mit Antonio, dessen Mutter und deren Enkel zeigte aber, dass die Integration von Menschen mit einer Behinderung in Spiele nur gelingen kann, wenn die Deckungsaspekte elaboriert sind und sichtbar werden. Die Aspekte beruhen auf differenzierenden, approximativen Programmen, welche das Thema, die Gruppe und das

Individuum integrieren und miteinander multiplizieren. Im negativen Fall wird deutlich, dass die Exklusion und das Behindert-gemacht-Werden bereits in der frühen Kindheit im familiären und nachbarschaftlichen Umfeld stattfinden und im Erwachsenenleben fortschreiten können. Wir stünden vor der Tatsache, dass sowohl die inneren Prozesse der Person mit Trisomie 21 als auch die äussere Versorgung defizitär und behindernd wären (Winnicott, 1994). Das wahre Selbst und die Kompetenzen der Person mit einer Behinderung sollen nicht durch Exklusion vernichtet oder gettoisiert werden. Inkompetenz und Fehlverhalten des Umfeldes treiben auch Menschen mit einer Behinderung in Verhaltensstörungen (vgl. Winnicott, ebd.; Cuomo 2007). Kluge Deckungsarbeiten auch im Sinne einer „guten Versorgung“ durch die Umgebung (Winnicott, ebd.) integrieren und potenzieren.
Im Workshop und in der Supervision wurde in Erfahrung gebracht, dass das Spiel definitiv keinen romantischen Selbstzweck oder magische Kräfte besitzt (…und sie auch nicht haben sollte). Bei Kindern mit normalen Entwicklungsverläufen kann dieser Eindruck entstehen. Bei Kindern oder Personen mit einer Behinderung oder mit Verhaltensstörungen trifft dies nicht zu. Hier müssten die Eltern informiert und gebildet werden. Die Besinnung auf die Ressourcen, auf die Fragen der Kohärenz sowie auf den Begriff der Deckung (gute Versorgung) bilden ein Rüstzeug, mit dem Spiele, wie hier das anpassbare Stäbewerfen, wirkungsvolle Vehikel der Integration, der Sozialisation, der Individuation und des Lernens werden.

2.4.4 Reflexion der Erfahrung

In Stichworten - vorläufige Gedankenskizze:
Enracinement. (Simone Weil). Die Erfahrungswelt mathematisieren (Laing, 1969; Freudenthal, 1977)
Indianer: Mythos, Rollenspiel, Geschichte, über das Realitätsprinzip zu unserer Kultur im Rahmen von Unterrichtsprojekten.
Gruppeninduktion (sozialpsychologisch, entwicklungsorientierten Umgang / Begleitung mit den Spielgruppen).
Steinkreis und Topologie: wo spielen? Start- und Zielpunkt definieren;
Steinkreis und Geometrie (Franke), Regel der Zuordnung klären, z.B. wenn-dann, nicht nur Zahlbegriffe fokussieren;
Spielfigur als Progressor;
Gabe von Informationen über das Spiel;
die Ko-konstruktion, die eigenen Verständnisse;
Contrat ludique, nicht bloss contrat didactique anpeilen, Pichon-Rivière.
Teil Ganze Assimilation des Spiels : der Halbkreis, klassifizieren, zählen.

Cuomo (von der pista di lavoro) zur pista del gioco (Meyer, s. Workshop Florenz). Winnicott : Deckung: Nicht alle können das Spiel vollständig verstehen, siehe Fallbeispiel (Abschnitt 2.4.2), deshalb kluge Architektur des Settings / des Kontextes, nicht als Manipulation, sondern als kluge Antizipation der Integration.
Von der Spielerfahrung zur Erfahrung des mathematischen Tuns. Mathematisierung.
Accessoire / Ästhetik zum Indianerspiel: die Suche nach der guten Gestalt, by the way, Bachufer, Strände, Beseelung der Suche
Die Integration setzt auch beim Spielen an, progetto amico (Cuomo) von klein auf.

2.4.4 Die Entwicklung der Anwendung der Regeln

In den beiden folgenden Abschnitten wird die psychologische Entwicklungslogik nach Piaget (1975; 1983) skizziert. Grundsätzlich wird davon ausgegangen, dass die Entwicklung nicht bloss ein biologisches Programm ist, sondern untrennbar mit kulturellen Entwicklungen verbunden ist.

Piagets (1975; 1983) Untersuchungen basierten auf Interviews und Verhaltensbeobachtungen von 100 Kindern des Vor- und Grundschulalters. Durch diese Methoden gewann er Einsicht in die Entwicklung der Einstellung des Kindes zu Regeln und zur Moral.
Im Murmelspiel konnten die Kinder die Regeln selber erstellen, frei von elterlichen Vorgaben. In den Befragungen befasste sich Piaget mit der Anwendung der Regeln einerseits und mit dem Bewusstsein über die Regeln andererseits. Die von ihm entwickelten Kategorien für die Zuordnung von Beobachtungen dienen als vorläufige Werkzeuge für das Ordnen von Beobachtungen beim Stäbewerfen.

1. Stadium: Sensomotorik-Symbole (0-3J.)
Kinder zwischen 0 und 3 Jahren spielen das Stäbewerfen mit sich selbst. Auch wenn ein Spielkamerad anwesend ist, gibt es noch keine spieladäquate Interaktion. Es scheint, als gäbe es noch keine Regeln. Die motorischen Schemata oder symbolischen Schemata herrschen vor. Die Symbole entwickeln sich in der Folge der Alltagsriten (Essen, Waschen, Fahren, Einkaufen, Tierpflege usf.). Die Phantasiespiele entspringen den Lieblingsvorstellungen. Beispiel: Schiere Freude am Werfen der Stäbchen; Stäbchen verstecken, damit man sie suchen muss. Einen Käfig, ein Gehege bauchen für die Spielfiguren (Tiere), siehe Beispiel in Abschnitt 2.4.1. Die Steine sind Felsblöcke, die Stäbe wären Bretter, mit denen man Brücken bauen könnte.

2. Stadium: Egozentrismus - präoperativ (3-6J.)

Es ist eine Zwischenstufe zwischen dem vergesellschafteten Verhalten und dem rein individuellen Verhalten. Erste Spielschemata werden angewendet. Die Regeln wirken erfunden und diese werden assimiliert. Man spielt allein mit dem sozialen Stoff.
Beispiel: Jeder kann Gewinner sein; die Kinder spielen, jedes für sich selbst. „Ich habe drei leere Stäbe und gewonnen!“ „Mein Pferd ist schneller als deine Schildkröte, darum werde ich gewinnen.“ „Ich male einen Punkt auf jeden Stein, jetzt kann man sie zählen.“ Niederlagen werden häufig den Fehlern oder Mogelversuchen der anderen zugeschrieben. Es scheint als hätten die Kinder ihre geringen Punktegewinne vergessen.

3. Stadium: Beginnende Kooperation - Verständigungsbedürfnis (7-10J.)
Im Alter zwischen 7 und 10 Jahren treten die Kinder in Konkurrenz. Jedes versucht zu gewinnen. Jedes spielt, wie es denkt. Das soziale Interesse begründet die Motivation. Man will gemeinsam gute Regeln entwickeln. Trotzdem fallen die Auskünfte der Kinder über die Regeln unterschiedlich aus. Das Bedürfnis nach gegenseitigem Verstehen wird entwickelt. Das Verständigungsbedürfnis ist typisch in dieser Phase. Gewinnen wird als Resultat eines anerkannten Schlusses gesehen.
Beispiel: Wer die besten Stäbe (und Kombinationen) wirft, der bekommt auch am meisten Punkte.

4. Stadium: formale Operationen – Regelbeherrschung (ab 11J.)
Die Regeln sind genau, allen bekannt und werden vollkommen beherrscht. Die Regeln können kodifiziert werden. Es bereitet Lust, Vorgänge vorherzusagen. „Diese Regeln mit ihren Nebenerscheinungen und Ausnahmen sind mindestens ebenso kompliziert wie die Rechtschreibung (Piaget, 1983, S. 64).

Die Stadien sind Hinweise und Beobachtungs-Kategorien für die Forschung.

Mit grosser Wahrscheinlichkeit wird gezeigt werden können, dass die spielenden Gruppen als Subjekte später als einzelne Spieler ausweisen, dass sie die Sachverhalte verstanden haben.
Sie zeigen auch, dass die Integration von Menschen mit einer Behinderung die Entwicklungsregeln sozialer werden lässt. Die Analyse und die Differenzierung des Kontextes ist auch bei Spielen eine Notwendigkeit im Sinne der Deckung nach Winnicott. Die aufgeklärte Begleitperson potenziert die integrative Spielkultur.

2.4.5 Das Regelbewusstsein

Nach Piaget (1975; 1983) verläuft dieser Vorgang zeitlich verzögert zur praktischen Anwendung von Regeln. Es lassen sich drei Entwicklungsniveaus unterscheiden.

1. Stufe: Individuelle Riten
Es ist offen, ob die selber hergestellten Rituale des Kindes reine Eigenproduktionen sind, oder ob das Kind auf Anweisungen seiner Umwelt reagiert. Beispiel: Das Kind legt die Spielfiguren oder die Steine immer wieder irgendwo hin.

2. Stufe: Regeln sind unantastbar
Das Kind geht willkürlich mit Regeln um. Es änderst sie aktiv ab. Es glaubt, dass die Regeln immer so bestanden hätten. Die Regeln wurden immer von der für das Kind höchststehenden erwachsenen Autorität gemacht. Beispiel: Ein Kind sagt, dass die selber hergestellten Regeln nicht so richtig seien wie die, die es von anderen gelernt hat. Richtige Regeln kämen vom Vater, dem Grossvater, von den Indianern und vom lieben Gott.
Die Begleitung bewirkt, dass der Übergang von der Propädeutik zum richtigen Spiel erfahren wird. Das ist anders als wenn ev. ältere Kinder das reguläre Spiel spielen und den jüngeren bei den Spielhandlungen beistehen. Man sollte mit dem Motto arbeiten: „Alle Wege führen zum Spiel“ Dazu zählen auch die Erfahrungen von Niederlagen. Pädagoginnen können durch die Koppelung von (Mit-) Gefühlen und Gesprächen über Regeln und Spielverläufe die Spielprozesse stabilisieren.

3. Stufe: Autonomes Regelverständnis
Nach Piaget vervollständigen Kinder ein autonomes Regelverständnis ungefähr im Alter zwischen 10 und 15 Jahren. Wichtig ist, dass die Kinder dabei unter sich, d.h. unter Gleichberechtigten sind. Der Druck der Erwachsenen sollte nicht dazu führen, dass die Kinder manipuliert werden. Die Kinder wissen, dass Regeln nicht einfach von aussen kommen, sie werden als Ergebnis einer Absprache (Konvention) aufgefasst.
Bei autonomen Anpassungen sollten die Spiel- und Punkteregeln bedeutsam sein. Man sollte auch beobachten können, wie die älteren Kinder den jüngeren helfen. Die Modifikation von Regeln und deren Akzeptanz sind als ein Indiz für ein abstrakteres, unabhängigeres Verständnis der Regeln. Beim Mathematisieren der Spielerfahrungen sollte man diese Dimension beachten.

2.5 Induktion ins Spiel und Kommunikation / Emozione di conoscere

Das Prinzip des differenzierenden Umgangs mit dem Spiel soll möglich machen, dass alle Personen teilnehmen können. Je nach Fördersituation müssten das Spiel und die

Spielsituation zugeschnitten werden. Das Spiel ist für die Menschen da und nicht umgekehrt. Vielleicht erfordert die Entwicklung der Greiftechnik, dass man grössere Steine oder andere Materialien wählt. Vielleicht können sich Personen besser orientieren, wenn man die Startsteine besonders markiert. Vielleicht erfordert die soziale Entwicklung, dass eine erwachsene Person mit dem Kind spielt, dass sie u.U. eine Einzelsituation organisiert, in der persönliche Gespräche geführt werden können. Das Spiel soll auch in psychotherapeutischen Settings Eingang finden, besonders dann, wenn psychosoziale Entwicklungs- und Erlebnisstörungen mit Lernstörungen einher gehen. Die Differenzierung der Gespräche erfordert Fingerspitzengefühl, dass man das Spielen und die Gespräche über die Spielerfahrungen auseinander hält (siehe Abschnitt 3).
Turniere in grossen Gruppen, in 2 Wellen, wenn es allen gefällt.
Weiter ist erfordert, dass man im Gespräch die mathematischen Überlegungen unterscheidet von den psychosozialen Überlegungen. Die Erfahrungen in therapeutischen Settings liefern sehr interessante Hypothesen zur Integration der Schülerinnen und Schüler im Klassenverband. Dies sollte in interdisziplinären Gesprächen erörtert werden.
Vielleicht wünschen sehbehinderte oder blinde Personen, dass die Stäbe anders verziert werden.
Vielleicht wünschen besonders ambitionierte Kinder, dass sie den Kreis mit den Steinen vergrössern dürfen im Sinne eines „grossen“ Stäbewerfens. Das kann auch die Festlegung und den Wert der Stäbe und deren Kombinationen betreffen. Die Kinder würden die drei klassischen Stäbe verwenden plus ein zusätzliches „Mustang-Stäbchen“. Würde nun das Zeichen des Mustang-Stäbchen nach oben schauen, so könnte man den Wert der drei andern Stäbe verdoppeln. Und so fort.

3 Unterscheidung zwischen Spielen und Mathematisieren

Die Differenzierung der Aktivitäten ist sehr wichtig. So sollten die Spielstunden nicht durchkreuzt werden von Hinweisen der Lehrperson, welche überall „Mathematik“ wittert und ihre „Einsichten“ den Schülerinnen und Schülern unter die Nase reibt. Der spielpädagogische Zugang ist eine offene, kinderorientierte Erfahrungsgrundlage.
Im Gegenzug ist die Mathematikstunde ein Ort der Betrachtung, Reflexion und Klärung von arithmetischen Erkenntnisinteressen und Sachverhalten. Hier ist das Spiel „Stäbe werfen“ ein Objekt der mathematischen Anschauung und ein Modell für Erklärungen und Beweisführungen. So gelten hier Fragen wie: „Weißt du das? Weißt du weshalb? Das glaube ich nicht, beweise es? Was hast du entdeckt? Mit welcher arithmetischen Erklärung könnte man den Streit zwischen Spielpartnern verstehen? Wie könnte man deren Problem lösen?

Wer hat am meisten Spielzüge benötigt? Wer hat am wenigsten Spielzüge benötigt? Wie weit würde das Spiel gehen, wenn man zwei Mal im Kreis herum spielt? Wenn man drei Mal im Kreis herum spielt. Usf.

Der spielpädagogische Nutzen von „Stäbe werfen“ ist zu unterscheiden vom Nutzen für die Mathematik. In den Prozessen der Mathematisierung und des Problemlösens wird sichtbar, was die Kinder und wie die Kinder von der Spielanlage und den Spielerfahrungen profitieren konnten. Spielverläufe sollte man mit den Vorzeichen der folgenden Fragen beobachten. Entdecken die Kinder zufällig arithmetische Muster und Regeln? Welche Gewinne zeichnen sich zuerst in beiläufigen Kommentaren, später in bewussten Erläuterungen ab, wenn die Kinder z.B. sagen: „Jetzt bin ich in der Hälfte. Das grosse Spiel ist doppelt so gross wie das kleine. Wenn man fünfmal das kleine Stäbe werfen gewonnen hat, so ist man an hundert Steinen vorbei gekommen.“ Beachten Sie, ob die Kinder die Stäbe und die Steine als empirische Beweisgrundlage verwenden, um einen arithmetischen Sachverhalt oder ein Problem zu lösen? Erläutern sie ihre Geläufigkeit mit Zahlen und Operationen mit Einsichten in Spielverläufe? Solche und ähnlich Fragen sind Gegenstand des Mathematikunterrichts.

Während des Spiels sollte man sich als Begleitperson *auf Beobachtungen konzentrieren* oder man spielt selber mit einzelnen Kindern. Falls es einmal zu einem Streit kommen sollte, so beobachten Sie zuerst den Sachverhalt, bevor die notwendige Schlichtung erwirkt wird. Lassen Sie die Kinder den problembehafteten Spielverlauf rekonstruieren. Der Sachverhalt des Spiels bzw. des Konfliktes könnte eine Problemstellung enthalten, welche durch einen arithmetischen Lösungsweg elegant und v.a. gerecht gelöst werden könnte. Dazu kann man sich aller Darstellungsformen (enaktiv, ikonisch (z.B. Fotos), symbolisch (Zahlen, Texte) bedienen. Die Darstellungsformen sind kombinierbar. – Die Klärung und die Schlichtung sollte in erster Linie die Qualität der Spielstunde sichern helfen. Die Mathematisierung des Problems findet später in einer Mathematikstunde statt.

Hüten Sie sich trotz anfänglicher Versuchungen davor, rasch ein Rechenarbeitsblatt herzustellen, auf dem sie alle möglichen Spielzüge in Rechenbeigen zusammenfassen, und auf dem Sie die Namen der Kinder in der Klasse ungefragt für Rechengeschichten verwenden. Solche Aktionen können die Kreativität des Mathematisierens und Problemlösens und den mathematischen Forschergeist im Keim ersticken. Vertrauen Sie den kognitiven, sozialen und persönlichen Ressourcen der Kinder und dem Reichtum des Spiels. Mit der Übersicht in Tabelle 1 im Hinterkopf kann sich die Lehrperson im Feld der Spielstunde und der Mathematikstunden sicherer bewegen.

4 Unterrichtsprojekte und das Stäbewerfen

Ich bin überzeugt, dass dieses Spiel Anlass und Grundlage für sehr schöne und nachhaltige Unterrichtsprojekte sein kann. Sie können im Leseunterricht verankert sein, indem man z.B. das Winnetou-Thema aufnimmt. Sie können in den Geschichtsunterricht eingebettet sein, indem man die Geschichte der Ureinwohner thematisiert. Als Ausgangspunkt für Lehrpersonen könnte der Essay, Traurige Tropen, von Claude Lévi-Strauss (1978) dienen. Das mathematische Pendant dazu wird durch die Ethnomathematik beschrieben (D'Ambrosio, 2001; 2002). D'Ambrosio (2001; Übers. d. d. Verf.)

> Ethnomathematik umfasst die Beziehung zwischen dem kulturellen Leben und der Mathematik. Der Begriff muss dynamisch aufgefasst werden, weil er Konzepte beschreibt, welche weder starr noch vereinzelt sind – nämlich „Ethno“ und „Mathematik“. Der Begriff „Ethno“ umfasst „alle Bestandteile der kulturellen Identität einer Gruppe: Sprache, Zeichen, Werte, Jargon, Glauben, Ernährung, Kleidung und physikalische Eigenschaften.“ Der Begriff „Mathematik“ zeichnet sich durch eine breite Auffassung von Mathematik aus. Sie schliesst das Chiffrieren, die Arithmetik, die Klassifizierung, das Ordnen, das Schliessen und das Modellieren ein. (ebd., S. 308)

In diesem Sinn ist die Auseinandersetzung mit dem Stäbewerfen nicht nur eine flüchtige Beschäftigung mit einem didaktischen Hilfsmittel. Sie ist zweierlei. Der eine Vektor ist der ethnomathematische. Er verkörpert die operative Auseinandersetzung mit einem Spiel der Apachen. Der zweite Vektor erinnert an die Ethnie der Schulklasse selber, welche im Hier und Jetzt eine kulturelle Einheit und Identität darstellt. Die dialogische Pädagogik nach Paulo Freire (1979; 2008) stellt ein theoretisches Koordinatensystem zur Verfügung, mit dem man sich im Bildungs- und Erziehungsprozess orientieren kann. Ausgangspunkt ist das Studium der Lebenswelt der Kinder im Zusammenhang mit mathematisierbaren Vorerfahrungen und Kompetenzen der Kinder. Die Projektmethode von Frey (1998) sichert die organisatorischen Belange dieser prozesshaften Didaktik.

Durch diese Zugänge kommt es zu einem Erfahrungsaufbau und zu einer Erweiterung mit elementaren Zahlenmengen, Darstellungsformen und Operationen. Sie münden in Auseinandersetzungen mit dem Erfassen und Darstellen von Daten, mit der Kombinatorik, der Wahrscheinlichkeit und den Bruchzahlen. Die inhaltlichen und organisatorischen Meilensteine werden durch die Lehrpläne festgelegt.

Es sei ausdrücklich betont, dass die Verwendung ethnomathematischer Ansätze sowie der dialogischen Projektmethode keine Abkehr von den offiziellen Lehrmitteln propagiert. Sie sind nützliche und normale Bestandteile und Orientierungshilfen, quasi Kursbücher, unserer Schulkultur. Dieser Essay betont lediglich, dass es ebenso normal ist, die Lebenswelt der

Kinder zu studieren, Spiele in die Schule zu integrieren sowie die Mathematisierung darauf aufzubauen.

5 Weitere fachdidaktische Hinweise und Vertiefungen

Es gibt elektronische Quellen, in denen Empfehlungen für den breiteren Einsatz des Stäbewerfens vorkommen. In einem Lektionsvorschlag findet man alternative Definitionen der Punktemengen der Stäbchen: 3 bemalte geben 10 Punkte / Steine, 3 leere geben 5 Punkte, 2 bemalte und 1 leere geben 3 Punkte, 2 leere und 1 bemalter Stab geben 1 Punkt. Siehe „Sticks and Stones" [http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L585] [12.09.09].
U.E. ist die Regelung in den jeweiligen Spielgruppen entscheidend.
Die Webseite enthält zusätzliche, kurze fachdidaktische Hinweise und Verknüpfungen mit dem Lehrplan und den Standards der NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics).

Abbildung 6
Häufigkeiten beim Stäbewerfen (Zordak, o.J.)

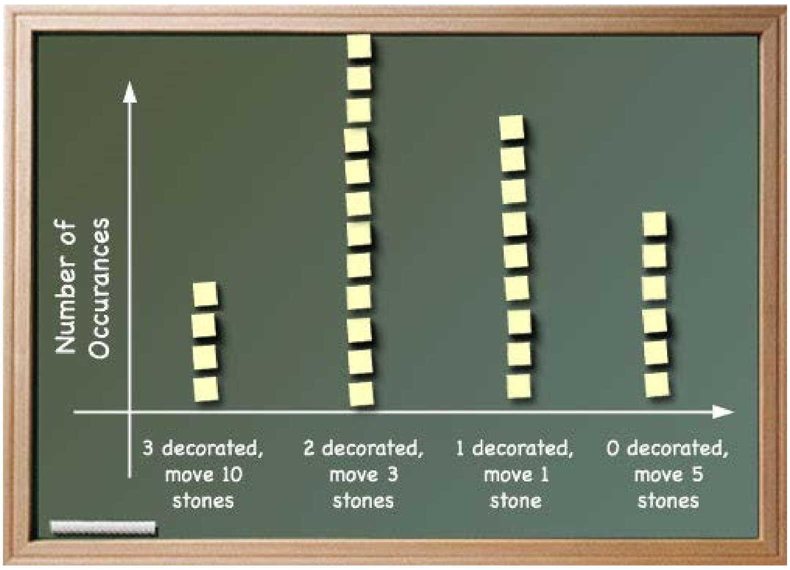


Abbildung 6 zeigt, wie man die Daten der Spielzüge erfassen und in einer Grafik darstellen kann. Die Lernenden können die relativen Höhen der Säulen untereinander vergleichen. Am häufigsten wurden zwei dekorierte Stäbe geworfen, gefolgt von einem dekorierten Stäbchen. Nur vier Mal wurden 3 dekorierte Stäbe geworfen. Auf der Basis dieser Beobachtungen kann der Schluss gezogen werden, dass es am unwahrscheinlichsten ist, einen Wurf mit drei dekorierten Stäben zu erhalten. Der Autor der Lektionsvorschläge, Samuel E. Zordak (o.J.), liefert auch kurze Überlegungen zur Wahrscheinlichkeit und zur Kombinatorik.

Literatur

Affolter, W., Beerli, G., Hurschler, H., Jaggi, B., Jundt, W., Krummenacher, R., Nydegger, A., Wälti, B., Wieland, G. (2004). *mathbu.ch. 7 : Mathematik im 7. Schuljahr für die Sekundarstufe I. Begleitband*. Bern: schulverlag blmv.

Affolter, W., Amstad, H., Doebeli, M., Wieland, G. (2009). *Schweizer Zahlenbuch 5: Begleitband* (2. Aufl.). Zug: Klett und Balmer.

D'Ambrosio, U. (2001). What is Ethnomathematics, and how can it help children in schools? *Teaching Children Mathematics, 7*(6), 308-310.

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora Editrice.

Arnason, K., Maeers, M., McDonald, J., Weston, H., und. Treptau, Ch. (o.J.). *Games from the Aboriginal People of North America. Throw Sticks.* Internet: http://mathcentral.uregina.ca/RR/database/RR.09.00/treptau1/index.html [12.09.09].

Barth, H., Baron, A., Spelke, E., Care, S. (2009). Children's multiplicative transformations of discrete and continuous quantities. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 441-454.

Battista, M. T., Clements, D.H., Arnoff, J., Battista, K., Van Auken Borrow, C. (1998). Students' Spatial Structuring of 2D Arrays of Squares. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(5), 503-532.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T., Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a semantic analysis - Emphasis on the operator construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema, T.A. Romberg (Hrsg.), *Rational Numbers* (S. 13-47). Hillsdale N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Carlson L. (1994). *More Than Moccasins*, Chicago Il: Chicago Review Press. ISBN 1-55652-213-4.

De Brauwer, J., Verguts J., Fias, W. (2006). The representation of multiplication facts: Developmental changes in the problem size, five, and tie effects. *Journal of Experimental Child Psychology 94*(1), 43-56.

De Pellegrin, G. (2009). *Verso una vita autonoma ed indipendente con l'emozione di conoscere ed il desiderio di esistere*. Pisa: Edizioni ETS.

Freire, P. (1977). *erziehung als praxis der freiheit*. Reinbek b. Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag.

Freire, P. (1979). *Pädagogik der Unterdrückten*. Reinbek b. Hamburg: Rowohlt.

Freire, P. (2008). *Pädagogik der Autonomie. Notwendiges Wissen für die Bildungspraxis*. Münster: Waxmann.

Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe* (2., durchgesehene Auflage Bd. 1 und 2). Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Frey, K. (1998). *Die Projektmethode* (8. Auflage). Weinheim: Beltz Verlag.

Hecht, S. A., Close, L., Santisi, M. (2003). Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 86*(4), 277-302.

Hunting, R. P. (2003). Part-whole number knowledge in preschool children. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*, 217-235.

Kamii, C. (1985). *Young Children Reinvent Arithmetic*. New York: Teachers College Press.

Koshmider, J. W., Ashcraft, M.H. (1991). The development of children's mental multiplication skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 51*(1), 53-89.

Laing, R. D. (1969). *Phänomenologie der Erfahrung*. Frankfurt a.M.: edition suhrkamp.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching Fractions And Ratios For Understanding* (2 edition). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc Inc.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition, 16*(1), 45-53.

LeFevre, J.-A., Kulak, A. G. (1994). Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory & Cognition, 22*(2), 188-200.

Lévi-Strauss, C. (1978). *Traurige Tropen*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2005). *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 5+6*. Zug: Klett und Balmer.

Moss, J., Case, R. (1999). Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and an Experimental Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 122-147.

Padberg, F. (2002). *Didaktik der Bruchrechnung* (3. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Piaget, J. (1980). *Recherches Sur Les Correspondances*. Paris: Presses Universitaires De France.

Piaget, J. (1983). *Das moralische Urteil beim Kinde* (2., veränderte Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Ramani, G. B., Siegler, R.S. (2008). Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge Through Playing Number Board Games. *Child Development, 79*(2), 375-394.

Reagan, A.B. (1903). *The Apache Stick Game*. Verfügbar unter: http://en.wikisource.org/wiki/The_Apache_Stick_Game [20.06.2011].

Saxe, G. B., Taylor, E.V., McIntosh, C., Gearhart, M. (2005). Representing Fractions with Standard Notation: A Developmental Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(2), 137-157.

Sherin, B., Fuson, K. (2005). Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(4), 347-395.

Siebert, D., Gaskin, N. (2006). Creating, Naming, and Justifying Fractions. *Teaching Children Mathematics, 12*(8), 394-400.

Steel, S., Funnell, E. (2001). Learning Multiplication Facts: A Study of Children Taught by Discovery Methods in England. *Journal of Experimental Child Psychology, 79*(1), 37-55.

Steffe, L. P. (2003). Fractional commensurate, composition, and adding schemes. Learning trajectories of Jason and Laura: Grade 5. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*(3), 237-295.

Watt, E. T. (2004). *Don't Let the Sun Step Over You: A White Mountain Apache Family Life (1860-1975)*. Tucson: University of Arizona Press.

Winnicott, D. W. (1984). *Familie und individuelle Entwicklung*. Frankfurt a.M.: Fischer Taschenbuch Verlag.

Winnicott, D. W. (1994). *Kinder. Gespräche mit Eltern*. Stuttgart: Klett-Cotta.

Wittmann, G. (2006). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen – auch für leistungsschwache Schüler? *mathematica didactica, 29*(2), 49-74.

Zordak, S.E. (o.J.). *Data Analysis & Probability 3-5, 6-8.* Internet: http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L585 [12.09.09].

zur Oeveste, H. (1987). *Kognitive Entwicklung im Vor- und Grundschulalter*. Göttingen: Verlag für Psychologie - Hogrefe.

Anhang

Spielanordnung und Platzhalter im Detail (Treptau, o.J.)

Abbildung 15

Ausschnitt einer Spielsituation

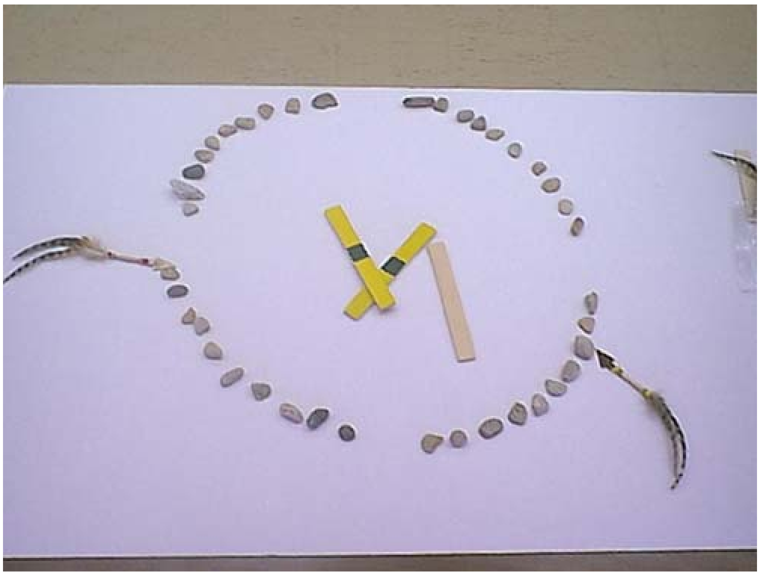


Abbildung 16

Stäbe, Steine, Platzhalter

Abbildung 17

Symbole der Dakota Indianer als Zeichenvorlage für die Stäbe

Abbildung 18

Symbole der Dakota-Indianer als Zeichenvorlage für die Stäbe

Abbildung 19

Das geschnitzte Berg-Symbol mit Richtungsanzeige links (drei Punkte bzw. Löcher)

http://www.indiansummer.com/cart.php?m=content&page=21 symbole der Zuni-Indiander

http://www.wmat.nsn.us/high_ed_contactus.html White Mountain Apache Tribe