

Wie verdoppelt man ein Quadrat?

Betrachtungen über einen klassischen Text der Philosophie und der Pädagogik.
Essay zur geometrischen Episode im Menon-Dialog.

Der Dialog zwischen Sokrates, einem Sklaven und Menon [82f.]

Menon forderte von Sokrates einen Beweis für dessen Hebammenkunst. Diese Lehrkunst verzichtet auf die gewohnte Spende von Erkenntnissen über eine Sache. Der nach Einsicht Suchende wird im Gespräch so begleitet, dass er mit Hilfe seines Vorwissens, seiner Meinungen, seiner Vermutungen, seiner Fehlschlüsse, seiner Lösungsversuche und seiner Fragen mit der Zeit die Einsicht in den Sachverhalt selber erringt.

Merkelbach (1988) vertritt die These, dass die Schilderung des Dialoges mit dem Sklaven nicht nur pädagogische, sondern auch philosophische und erkenntnistheoretische Motive habe. Denn Sokrates unterbricht den Dialog mit dem Sklaven an zwei Stellen, um mit Menon die Bedeutung der vorangegangenen Episoden zu erörtern. Zuerst heisst es: „Siehst du Menon, dass ich ihn überhaupt nicht belehre, sondern alles frage?“ [82 e]. Nach einer weiteren Episode unterbricht Sokrates erneut: „Merkst du Menon, welche Fortschritte er schon im Erinnern macht?“ [84 a]. Nach Merkelbach (1988) deuten diese Unterbrüche an, dass der Menon-Dialog ein Arbeitstext war, dessen Lektüre zwecks philosophischer Auseinandersetzungen immer wieder unterbrochen worden war. Inhaltlich befassen solche, und sie generieren Einsichten in die Bedeutung der Methode als Erzeugerin von wahren Wissen in Abgrenzung zu den Einbildungen und Meinungen.

Platon setzte sich in verschiedenen Schriften intensiv mit dem Lehren und Lernen auseinander, so im Menon und im Phaidon. Er ordnet diese Tätigkeiten der Anamnesis: sich erinnern, sich besinnen und sich ins Gedächtnis zurückrufen. Nach Platon sind es *Tätigkeiten*, keine passiven Erfahrungen des Behaltens von Wissen, der Vergesslichkeit oder des Nichtwissens (Klein, 1995).

Im Menon-Dialog wird bewusst, dass das Wiedererinnern eigentlich eine dialektische Kategorie ist. Interaktion und Emergenz sind natürliche Komponenten der Szenen. Die Besinnung erfolgt sowohl im Hören des Sokrates als auch im Nachdenken und Reden des Sklaven.

Statisten oder Gesprächspartner?

Ungeföhres Lesen des Originals könnte den Eindruck festigen, dass sich der Sklave in einer Art „Statistenrolle“ befinde (Kohler, 2009, S. 262; Leuders, 2003), es sei meistens Sokrates, der die Vermutungen formuliere und begründe. Diese Interpretationslinie steht in einer langen Tradition, welche annimmt, die sokratische Methode sei eine Art didaktische Maschine in der Form eines Lehrgespräches.

Im eindrücklichen Beispiel von Bahrtdt „Entwicklung der Urteilskraft des Schülers durch die sokratische Lehrart“ (zit. nach Rutschky (1982, S. 567) wird in einer Einleitung an die Grundsätze von Platons Lehre erinnert. Im Anschluss wird ein Beispiel geschildert, wie der Zögling, Fritz, mit seinem Lehrer lernt, was Sünde heisst, ohne dass er belehrt worden ist. – Auch im Beispiel von Bahrtdt kann geschlossen werden, dass der angesprochene formalistische Fehlschluss kolportiert wird. Die kopierte Form kommt bloss mit einem pädagogischen Kommentar daher und nicht mit der von Platon konstruierten Triangulierung: Sokrates – Sklave – Menon.

Dass die Statisten-Hypothese eher durch ungeföhres Lesen und durch Kolportagen gehalten wird, kann durch die differenzierte Analyse von Klein (1995) indirekt aufgezeigt werden. Der Sklave ist nicht einfach Statist oder Objekt der Hebammenkunst. Der Sklave folgt Sokrates aufmerksam und prüft dessen vorgeschlagene Gedanken. Klein (1995, S. 105) untersuchte das Original und kam zum Schluss: „His „yes“ and his „no“ indicated what *he* held to be true or untrue: they represent *his* opinions no less than the arithmetical answers represented the results of *his* counting and reckoning.“

Die Statisten-Hypothese basiert auf Fehlschlüssen, welche davon ausgehen, dass die geometrische Episode im Menon-Dialog ein didaktisches Lehrprogramm sei, mit dem beliebige Themen indirekt beigebracht werden könnten. Der nächste Fehlschluss entsteht durch die Reduktion des Originaltextes auf ein didaktisches Musterprogramm. Kanakis (1997) beschreibt das Verhältnis zwischen der sokratischen Lehrstrategie und der Relevanz für die heutige Didaktik differenzierter. Er zeigt anhand der frühen Dialoge von Platon folgendes:

In den Dialogen lädt Sokrates seine Gesprächspartner ein, ihre Meinung frei zu äussern, wobei er sich selbst als unwissend zum Diskussionsthema stellt, im weiteren Verlauf jedoch die geäusserten Ansichten an konkreten Beispielen hinterfragt und so

die Gesprächspartner auffordert, ihr egozentrisches Konzept auf ein generelles auszuweiten. (ebd., S. 225)

Struve & Voigt (1988) lösen die geometrische Episode im Menon-Dialog für eine Analyse der Mathematikdidaktik heraus: «Die Unterrichtsszene zwischen Sokrates und einem Sklaven in Platons Menon-Dialog ist eines der ältesten und wohl bedeutendsten Beispiele für Mathematikunterricht» (ebd., S. 259). Sie kontrastieren die platonischen Grundannahmen mit interessanten Interaktionsanalysen des Mathematikunterrichts und kommen zum Schluss, dass Belehrung heute indirekt und verdeckt ausgeübt werde. In ihren Analysen des Menon-Dialogs gehen sie implizit von einer hermeneutischen Texttheorie aus, nach der die Bedeutung eines Textes mehr oder weniger eindeutig *im* Text liege (vgl. Wagenschein, 1962; Prange, 1973; Kammer & Lüdeke, 2005).

Merkelbach (1988) und Klein (1995) rekonstruieren am Beispiel des Menon-Dialogs auch die Lernkultur der Akademie, in der Arbeitstexte wie der Menon-Dialog gelesen und erörtert worden sind. Der Menon-Text selber ist also mehr als ein auf Didaktik reduziertes Libretto, er ist mehr als ein kopierbares Muster, er ist ein Rhizom (Deleuze & Guatari, 1977). Das Rhizom symbolisiert Kultur als Sprossachsensystem (Ingwer, Bambus, Maiglöckchen, Buschwindröschen, Efeu u.v.a.). Das Rhizom ist Symbol der modernen und offenen Theorien des Textes. Nach Barthes (2005) ist der Text mit einem Netz vergleichbar. Der Text durchquert das Werk, ja sogar mehrere Werke: «Der Text ist ein methodologisches Feld» (ebd., S. 42). Der Leser ist zur Mitarbeit eingeladen und aufgefordert.

Die kurzen texttheoretischen Hinweise führen zum Schluss, dass es notwendig und bedeutsam ist, wenn ein Text wie der Menon-Dialog und die in ihm enthaltene geometrische Episode dazu verwendet werden, um «mit Sokrates», nicht «wie Sokrates» weiter zu arbeiten, weiter zu lesen und weiter zu schreiben. Seit über 25 Jahren mache ich Erfahrungen mit Übungen in der Hebammenkunst auf der Grundlage der geometrischen Episode. Die Übung besteht aus einem operativen Rollenspiel, aus metakognitiven Reflexionen sowie aus erkenntnistheoretischen Erörterungen. Mit diesen Elementen wird in Anlehnung an Barthes (2005) die Hebammenkunst als mündlicher Text eines methodologischen Feldes gepflegt und gebildet, sei es an einem Sandstrand oder in einer Akademie.

Eine neue Form für den Dialog zwischen Sokrates und dem Sklaven

Ich habe das Original der geometrischen Episode umgeschrieben. Mein Schreiben folgte dem Ziel, das Ja und das Nein des Sklaven umzuwandeln in Argumente, welche das Zusammenspiel im Dialog alltäglicher erscheinen lassen. Deshalb formuliert der Sklave eigene Hypothesen, Lösungen und Einsichten zur Frage, wie man eine Quadratfläche verdoppeln kann. Sokrates erscheint für seinen Teil offener und herausfordernder. Die platonische Triangulierung wurde beibehalten.

Beim Verfassen der ersten Auflage war die Übersetzung von Kranz (1994) noch nicht erschienen. Diese diente später als „Steigbügelhalter“ für eine freiere Gestaltung der Dialoge.

Das Original wurde fiktiv um Handlungen erweitert. Sokrates, der Sklave und Menon zeichnen mit den Fingern öfters in den Sand als es im Original [siehe 83b] erwähnt wird.

Das zweite Ziel beim Überarbeiten dieser Abschnitte war, den Dialog als Essay eines längeren flexiblen Interviews (vgl. *la méthode critique*, Piaget, 1967) entstehen zu lassen. Es ist möglich, den Dialog zwischen Sokrates, dem Sklaven und Menon in der Vorstellung und in der Praxis der Philosophie, der Pädagogik und der Psychologie fortzuführen, im Wissen um Meinungen, Missverständnisse und Parodien aber auch im Wissen um die Potenz der platonischen Akademie als Praxis des Lehrens und Lernens. Es kann poetisches Schreiben oder einfach als Phantasiespiel im Sinn von Wygotski (1986) erscheinen.

Der folgende Auszug ist ein Vorabdruck der 2., überarbeiteten Auflage der Schrift „Was sagst du zur Rechenschwäche, Sokrates?“ (In Vorbereitung). Zu Beginn der Abschnitte der Dialoge wird der Inhalt zusammengefasst.

März 2010, Juli, 2014 und 2018, Stefan Meyer

Literatur

- Barthes, R. (2005). Vom Werk zum Text. In S. Kammer, Lüdeke, R. (Hrsg.), *Texte zur Theorie des Textes* (S. 40-54). Reinbek b. Hamburg: Reclam.
- Deleuze, G., Guattari, F. (1977). *Rhizom*. Berlin: Merve Verlag.
- Kammer, S., Lüdeke, R. (Hrsg.). (2005). *Texte zur Theorie des Textes*. Reinbek b. Hamburg: Reclam.
- Klein, J. (1989). *A commentary on Plato's Meno*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kohler, R. (2009). *Piaget und die Pädagogik. Eine historiographische Analyse*. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Leuders, T. (2003). Perspektiven von Mathematikunterricht. In T. Leuders (Hrsg.), *Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II* (S. 15-58). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Merkelbach, R. (Hrsg.). (1988). *Platons Menon* (übersetzt und nach dem Inhalt erklärt ed.). Frankfurt a.M.: Athenäum Verlag.
- Meyer, S. (1993). *Was sagst du zur Rechenschwäche, Sokrates*. Luzern: Edition SZH. Verfügbar unter:
https://www.researchgate.net/publication/327317384_Was_sagst_du_zur_Rec_henschwache_Sokrates_What_do_you_say_about_dyscalculia_Socrates
[30.08.2018]
- Piaget, J. (1967). *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant* (6ème édition). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Platon (1994). *Menon. Griechisch / Deutsch* (M. Kranz, Trans.). Stuttgart: Reclam.
- Prange, K. (1973). Platos Lehre vom Lernen im "Menon" und das Problem des Allgemeinen. *Pädagogische Rundschau*, 27, 685-700.
- Rutschky, K. (Hrsg.). (1982). *Schwarze Pädagogik. Quellen zur Naturgeschichte der bürgerlichen Erziehung*. Frankfurt / M: Ullstein-Buch.
- Struve, R., Voigt, J. (1988). Die Unterrichtsszenen im Menon-Dialog. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 9(4), 259-285.
- Wagenschein, M. (1962). Der antike Beweis für die Irrationalität der Quadratwurzel aus 2. *Der Mathematikunterricht*, 8(4), 39-54.
- Wygotski, L. S. (1986). *Denken und Sprechen*. Frankfurt a.M.: Fischer.

9. Menon verlangt von Sokrates ein Beispiel.

Er soll zeigen, dass es keine Belehrung gibt beim Lernen, sondern Erinnerung. Sokrates fragt einen Sklaven Menon's, wie ein Quadrat verdoppelt werde und zeigt dabei die Methode der Wiedererinnerung. Der Sklave schliesst folgendermassen: ein Quadrat von zwei Fuss Seitenlänge hat die Fläche von vier Fuss. Die doppelte Fläche enthält acht Fuss. Folglich entsteht, so nimmt er an, die Verdoppelung der Fläche durch die Verdoppelung der ursprünglichen Quadratseite. Sokrates unterbricht das Gespräch mit dem Sklaven ein erstes Mal, um mit Menon die Qualität der Hebammenkunst zu erörtern. [82]

SOKRATES (Sokrates zeichnet ein Quadrat in den Sand.)

Wie nennt man eine solche Figur, Sklave?

SKLAVE Es ist ein Quadrat.

SOKRATES Was weißt du über diese hier? (Sokrates zeigt auf die Seiten des Quadrates.)

SKLAVE Es sind die vier gleich langen Seiten des Quadrates. [c]

SOKRATES Und wie ist es mit den Linien, die von den Ecken durch die Mitte hindurch gehen?

SKLAVE Sie sind auch gleich lang, es sind die Diagonalen.

SOKRATES Kann man ein solches Quadrat verändern?

SKLAVE Freilich, ich könnte es vergrössern oder verkleinern.

(Der Sklave zeichnet ein kleines Quadrat hinein und ein grosses drum herum.)

SOKRATES Schön, Sklave, du weißt beachtlich viel. Lass uns weiter untersuchen.

[d] Wenn nun diese Seite zwei Fuss hätte und diese auch, wie viel Fuss enthielte das Ganze? – Zeig uns, wie du das anstellst.

SKLAVE (Der Sklave zeichnet zwei Striche in das Quadrat, welche durch die Mitte der Seiten gehen.)

Es sind vier Quadratfuss.

SOKRATES (Sokrates umfährt die linke Hälfte des Quadrates.)

Und was denkst du jetzt: Wenn die Seite hier zwei Fuss hätte,

da unten aber nur einen, enthielte dann nicht der ganze Raum einmal zwei Fuss?

SKLAVE Ja, dann wären es zwei Quadratfuss.

SOKRATES (Sokrates zeigt auf die untere Quadratseite.)

Jetzt hat es hier auch zwei Fuss wie bei der linken Quadratseite. Wie berechnet man die Fläche dann?

SKLAVE Die Fläche wäre zwei Fuss mal zwei Fuss gross. (...)

SOKRATES Wie viel nun der Inhalt von zweimal zwei Fuss ist, das rechne aus und sage es.

SKLAVE Vier Quadrat-Fuss, o Sokrates.

SOKRATES Kann es nun nicht einen andern Raum geben, der das Doppelte von diesem wäre, sonst aber ein ebensolcher, in dem alle Seiten gleich sind, wie in diesem?

KNABE O ja.

SOKRATES Wie viel Fuss muss er enthalten?

SKLAVE Acht Quadratfuss.

SOKRATES Nun denn, versuch mal zu sagen, wie lang jede Seite des Quadrates sein wird. [e] Die Seite dieses Quadrates ist zwei Fuss lang. Wie lang ist die des doppelt so grossen?

SKLAVE Offenbar, o Sokrates, zweimal so gross.

SOKRATES Siehst du wohl, Menon, wie ich diesen nichts lehre, sondern alles nur frage? Und jetzt glaubt er zu wissen, wie gross die Seite ist, aus der das achtfüssige Viereck entstehen wird. Oder denkst du nicht, dass er es glaubt?

MENON Allerdings.

SOKRATES Weiss er es aber wohl?

MENON Wohl nicht.

SOKRATES Er glaubt aber doch, es entstehe aus der doppelten?

MENON Ja.

10. Der Sklave glaubt weiterhin, die Verdoppelung der Quadratfläche geschehe durch die Verdoppelung der Seitenlänge.

Er zieht denselben Schluss für die Vervierfachung und die Verdreifachung der Fläche. Er erkennt schliesslich, dass er mit dieser Annahme das Problem nicht lösen kann. Am Ende ist der Sklave ebenso verwirrt wie Menon zuvor bei der Definition der Gestalt und der Rechenschwäche. [83]

SOKRATES Sieh nun zu, wie er sich weiter so erinnern wird, wie man sich erinnern muss. –

(Sokrates streicht den Sand glatt und zeichnet ein Quadrat mit zweifüssigen Seiten.)

Erkläre, wie wir ein doppelt so grosses Quadrat wie dieses bekommen. [83a] Seine Seiten sollen gleich lang sein, wie bei diesem zweifüssigen. Ich meine nicht, dass eine Seite lang und die andere kurz sein soll. Das Neue soll doppelt so gross sein wie dieses, nämlich acht Quadratfuss gross. Sieh zu, ob du noch meinst, dies werde aus der zweifachen Seite entstehen.

SKLAVE Schau, Sokrates, wenn ich die Seite von diesem verdopple, so bekommen wir ein doppelt so grosses Quadrat.

SOKRATES Das acht Quadratfuss grosse Quadrat entsteht deiner Meinung nach aus der verdoppelten Seite?

SKLAVE So meine ich.

SOKRATES Lass uns zeichnen, Sklave. Nimm eine zweifüssige Seite dieses Quadrates und verdopple sie.

SKLAVE (Der Sklave verdoppelt eine Seite.)

So wird die zweifache von dieser Seite, wenn wir hier noch eine ebenso grosse hinzusetzen.

(Dann verdoppelt er die zweite Seite des Quadrates und ergänzt die Figur zum vermeintlichen achtfüssigen Quadrat.)

Das achtfüssige Quadrat besteht aus vier solcher Seiten.

SOKRATES Und aus diesen, glaubst du, werde das achtfüssige Viereck entstehen, wenn wir vier solche nehmen?

SKLAVE Ja.

SOKRATES So lass uns von ihr vier gleiche betrachten. Nicht wahr also,

dies wäre, was du für das achtfüssige hältst.

SKLAVE Allerdings.

SOKRATES Sind nun nicht in ihm diese vier, deren jedes diesem Vierfüssigen gleich ist?

(Sokrates zeigt auf ein vier Quadratfuss grosses Quadrat.)

Betrachte diesen vier Quadratfuss grossen Teil. Wie viele dieser Teile hat es im Quadrat, das du verdoppelt hast?

SKLAVE Es sind vier Teile. Mein verdoppeltes Quadrat ist viermal so gross geworden.

SOKRATES Ist nun das viermal so grosse das zweifache Quadrat, welches du zeichnen wolltest?

SKLAVE Nein, um Gottes Willen!

SOKRATES Sondern das Wievielfache?

KNABE Das vierfache Quadrat. Es geht nicht auf. Aus der zweifachen Seite entsteht nicht die zweifache Quadratfläche, sondern ein viermal so grosses Quadrat.

SOKRATES Du hast recht.

SKLAVE Das Vierfache von vier ist nämlich sechzehn.

SOKRATES Genau. Das Achtfüssige aber, von welcher Seite entsteht das? Nicht wahr, aus dieser Seite entsteht das Vierfache?

SKLAVE Das sage ich auch. Das vier Quadratfuss grosse Quadrat entsteht aus dieser halben Seite.

(Der Sklave zeigt auf die Mitte der Seite des grossen Quadrates.)

SOKRATES Wohl.

(Sokrates zeigt mit dem Finger auf das Rechteck, welches aus zwei vierfüssigen Quadraten zusammengesetzt ist.)

Woraus besteht das achtfüssige Quadrat, Sklave?

SKLAVE Es setzt sich zusammen aus zwei vierfüssigen Quadraten, also dem Doppelten eines Vierfüssigen. Man könnte auch sagen, dass es die Hälfte dieses grossen hier ist.

SOKRATES Wie meinst du, müsste die Seite beschaffen sein, dass ein Quadrat von acht Quadratfüssen entsteht?

SKLAVE (Der Sklave zeigt auf das vierfüssige und das sechzehnfüssige

Quadrat.)

Die Seite müsste grösser als zwei Fuss sein und kleiner als diese hier. Ich wenigstens denke so.

SOKRATES Schön! Denn immer nur, was du denkst, musst du antworten.
(Sokrates zeigt auf die zweifüssige Seite und danach auf die vierfüssige.)

Wie war das eben mit den Seiten der Quadrate?

SKLAVE Die Seiten des kleinen Quadrates waren zweifüssig, diejenigen des grossen bestanden aus vier Füssen.

SOKRATES Wie müsste denn die Seite des achtfüssigen Quadrates beschaffen sein.

SKLAVE Wie ich sagte, grösser als dieses zweifüssige und kleiner als das Vierfüssige.

SOKRATES Dann versuch mir zu sagen, wie lang sie ist! Erkläre es mit Hilfe deiner Zeichnung.

SKLAVE Dreifüssig. Um die dreifüssige Seite herzustellen, nehme ich von der zweiten Hälfte der grossen Seite die Hälfte. Denn hier habe ich zwei Fuss und diesen einen dazu. Auf dieser Seite verfare ich ebenso, dies sind die zwei, dies einer.

SOKRATES Und dies wird nun das Viereck, welches du meinst.
Was meinst du, welches Quadrat jetzt entsteht?

SKLAVE Die drei Fuss hier und hier ergeben ein Quadrat von dreimal drei Fuss. Das sind neun Quadratfuss.

SOKRATES Wieviel Fuss aber sollte das doppelte Quadrat enthalten?

SKLAVE Acht. - Das achtfüssige Quadrat kann nicht aus dreifüssigen Seiten gelingen, Sokrates.

SOKRATES Freilich nicht.

Aber von welchen bekommen wir es dann? Versuch, es uns genau zu sagen, und wenn du es nicht in Zahlen sagen willst, dann zeige sie wenigstens.

SKLAVE Aber um Gottes Willen, Sokrates, ich weiss es einfach nicht.

11. Sokrates bespricht mit Menon den Nutzen der Verwirrung, in welcher sich der Sklave befindet.

Sokrates unterbricht ein zweites Mal. Er erörtert mit Menon die Bedeutung des Nichtwissens und der Verlegenheit (Aporie) des Sklaven. Meinungen oder Pseudowissen regen die Suche nach echtem Wissen nicht an. Verwirrung und Verlegenheit gehören zur Erkenntnis des Nichtwissens. Erst dann entfaltet sich der Wille zum Suchen. [84]

SOKRATES Merkst du, Menon, welche Fortschritte er schon im Erinnern macht? Zuerst wusste er nicht, welches die Seite eines acht Quadratfuss grossen Quadrats ist, genauso wenig, wie er es jetzt weiss. Aber vorher glaubte er, es zu wissen, und antwortete falsch, als ob er es wüsste. Er glaubte nicht, in Verlegenheit zu kommen. Nun aber glaubt er, schon in Verlegenheit zu sein. [84b] Das heisst, jetzt weiss er es nicht und glaubt auch nicht, es zu wissen.

MENON Du hast recht.

SOKRATES Hat er nun nicht einen besseren Zugang zu der Sache, die er nicht wusste?

MENON Auch das dünkt mich.

SOKRATES Indem wir ihn also in Verlegenheit brachten und betäubten wie der Zitterrochen, haben wir ihm dadurch geschadet?

MENON Mich dünkt nicht.

SOKRATES Vielmehr haben wir vorläufig etwas ausgerichtet, wie es scheint, damit er herausfinden kann, wie sich die Sache verhält. Denn jetzt möchte er wirklich gern die Antwort suchen, die er nicht weiss. Damals aber glaubte er, mit Leichtigkeit vor vielen Leuten und bei vielen Gelegenheiten gut darüber reden zu können, dass das doppelt so grosse Quadrat auch eine doppelt so lange Seite haben müsse.

MENON So sieht es aus.

SOKRATES Glaubst du, er würde sich vorher bemüht haben, das zu suchen oder zu lernen, was er nichtwissend zu wissen glaubte, ehe er, überzeugt, dass er nicht wisse, in Verwirrung geriet und sich

nach dem Wissen sehnte?

MENON Nein, dünkt mich, Sokrates.

SOKRATES Das Betäubtsein hat ihm also genutzt.

MENON So dünkt mich.

SOKRATES Sieh nun, was er von dieser Verlegenheit aus mit mir suchend auch finden wird, obwohl ich ihn immer nur frage und niemals belehre. [84d] Pass auf, ob du mich dabei erwischst, dass ich ihn belehre und ihm vortrage, anstatt seine Meinungen zu untersuchen.

12. Der Sklave findet die Lösung des Problems

Er bezieht die Diagonale in seine Überlegungen und Konstruktionen ein. [84]

SOKRATES (weiter) Sag mir, Junge, was haben wir hier vor uns?

SKLAVE Es ist das Quadrat von vier Fuss Inhalt.

SOKRATES Füg noch ein anderes, genauso grosses hinzu.

SKLAVE (Der Sklave zeichnet es rechts des Quadrates in den Sand.)

Nun haben wir das Doppelte von vorhin.

SOKRATES Zeichne auch dieses Dritte unten hin und das Vierte in die leere Ecke.

SKLAVE (Der Sklave zeichnet die Quadrate wie in Abbildung 1 dargestellt.)

Jetzt liegen vier gleiche Quadrate vor uns. (...) [84e]

SOKRATES Was kannst du mir sagen über das Ganze hier und diesen Teil, das Quadrat von vier Fuss?

SKLAVE Das Ganze ist vier Mal grösser als das vierfüssige Quadrat. Es ist das Vierfache.

SOKRATES Erinnerst du dich noch, dass wir das Doppelte bekommen wollten?

SKLAVE Allerdings.

SOKRATES (Sokrates zeigt zur unteren linken und zur oberen rechten Ecke des vierfüssigen Quadrats.)

Zeichne eine Linie von Winkel zu Winkel und sag mir, was diese Linie bewirkt. [85a]

SKLAVE Mit dieser Linie, wir nannten sie Diagonale, wird das vierfüssige Quadrat halbiert.

SOKRATES Und wenn du die Diagonale bei den andern Quadraten einzeichnest?

SKLAVE Dann sind alle Quadrate halbiert.
(Der Sklave zeichnet die Diagonalen bei den andern Quadraten ein.)

SOKRATES Schön! Was kommt dir in den Sinn, wenn du diese vier Diagonalen betrachtest?

(Sokrates zeigt auf das neu entstandene Quadrat.)

SKLAVE Die Diagonalen sind gleich gross und (nach kurzem Zögern) sie bilden ein neues Quadrat!

SOKRATES So betrachte nun, wie gross das neue Quadrat ist?

SKLAVE Das verstehe ich nicht.

SOKRATES Aus diesem Grund unterhalten wir uns, Sklave, dass aus Unverständnis Einsicht wird.

Eben noch hast du alle vier Quadrate mit der Diagonale halbiert.

SKLAVE Ja.

SOKRATES Was fällt dir auf, wenn du die Hälften betrachtest?

SKLAVE Ich sehe Dreiecke.

SOKRATES Was fällt dir auf, wenn du die Dreiecke beim vierfüssigen Quadrat mit den Dreiecken im neuen Quadrat vergleichst.

SKLAVE Im kleinen Quadrat sind zwei und im neuen Quadrat sind vier Dreiecke.

SOKRATES Genau! Und was bedeutet das angesichts der Ausgangsfrage?

SKLAVE (Das Gesicht des Sklaven erhellt sich.)

Jetzt haben wir die Fläche verdoppelt! Sieh, das vierfüssige Quadrat beinhaltet zwei Dreiecke, das neue Quadrat enthält vier Dreiecke. Also ist es doppelt so gross.

SOKRATES Kompliment, Junge. Gehen wir zur Sicherheit nochmals

zur Ausgangsfrage zurück. Du solltest ein vier Quadratfuss grosses Quadrat verdoppeln. Erinnerst du dich?

SKLAVE Ja, ich versuchte, die doppelte Fläche durch die Verdoppelung der Seitenlänge zu erreichen.

SOKRATES Und dadurch hast du eine schiere Ausweglosigkeit kennen gelernt.

SKLAVE Mit Hilfe der Diagonale und den Dreiecken habe ich die doppelte Quadratfläche herstellen können.

SOKRATES Beweise nun, dass das neue Quadrat acht Quadratfuss gross ist, und dass es das Doppelte des Vierfüssigen ist.

SKLAVE (Der Sklave zeigt auf die Diagonale im vierfüssigen Quadrat.) Die Diagonale halbiert das vierfüssige Quadrat. Wenn ich die beiden kleinen Dreiecke zusammen nehme und zum kleinen Quadrat hinzu zähle, so erhalte ich zwei Quadratfüsse. Wiederhole ich das in den Hälften der andern vierfüssigen Quadrate auch, dann können wir vier Mal zwei Quadratfüsse rechnen. Wir erhalten acht, das Doppelte von vier.

SOKRATES Schön! Mit Hilfe der Diagonale ist es dir gelungen, das Quadrat zu verdoppeln. Du hast gezeichnet und gedacht wie ein Geometer. Ein andermal wollen wir versuchen, das Ganze auch in Zahlenverhältnissen zur Sprache zu bringen.

SKLAVE Allerdings, Sokrates.

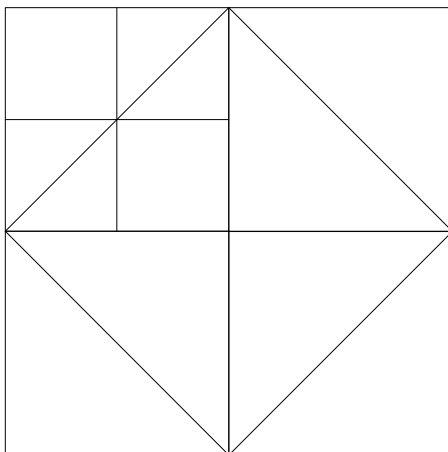


Abbildung 1: Verdoppelung des «vierfüssigen Quadrats» mit Hilfe der Diagonale