

5.4 Das Invarianzexperiment mit Zweifrankenstücken

In diesem Experiment arbeiten die Kinder mit Einfranken- und Zweifrankenmünzen. Sie enthalten bildhafte, alphabetische und numerische Symbole. Das Geld erscheint als Sache, als Zahlenwert und als Tauschwert. Es ist bei dieser Aufgabe noch wahrscheinlicher, dass die Kinder über Vorerfahrungen mit dem Geld und mit dem Zählen verfügen. Diese sollten im Vorfeld des Experiments mit dem Kind operativ erkundet werden. Dies geschieht dadurch, dass man einen Geldbeutel mit Spielgeld (Münzen und Banknoten) vorlegt und das Kind bittet, einem die Sache so gut es geht zu zeigen und zu erklären. Interessant ist dabei, wenn man überprüft, ob das Kind Argumente formuliert, welche auf Lesevorgängen beruhen.

Von diesem einleitenden Gespräch sollte man sich Notizen machen. Danach beginnt man mit dem Experiment. Je nach Untersuchungs- oder Klassensituation arrangiert man am Schluss des Experiments einen Ausklang, bei dem man nochmals auf die Arbeit zurückschaut und oder Ausblick hält, wie man an diesem Thema weiterarbeiten möchte.

Beim klassischen Experiment mit den Jetons und der Aufgabe mit den Einfrankenstücken spielten die Wahrnehmung der Lage, das Abzählen der Menge und die dabei erfolgte Anzahlbestimmung, nach Gréco & Morf (1962) als Quotité bezeichnet, sowie der Vergleich der Mengen in den beiden Darstellungen, von Gréco & Morf (1962) als Quantité bezeichnet, zentrale Rollen.

Bei diesem Experiment wird eine neue Schwierigkeitsstufe zur Prüfung der Invarianz hinzu gefügt, welche von Wittmann (1982) als Wechseloperation bezeichnet worden ist. Das Kind wechselt Einfrankenstücke in Zweifrankenstücke um. Dies hat zur Folge, dass im Zusammenspiel von Prozessen der Anzahlbestimmung (Quotité) und den folgenden Mengenvergleichen (Quantité) eine Verschachtelung von Teil-Ganze-Beziehungen hinzu kommt. Je zwei Einfränkler sind Teile der beiden Zweifränkler, die ihrerseits und zusammen mit den beiden restlichen Einfränklern Teile der Gesamtmenge der sechs Franken sind. In diesem Experiment wird die Strukturierung der natürlichen Zahlen über das sogenannte Einersystem hinaus geprüft. Hauptcharakteristikum des Einersystems ist das Operieren in Einerschritten. Damit werden Summen oder Differenzen gebildet. Mit diesem Experiment wird beobachtbar gemacht, wie Kinder Teilmengen, Verhältnisse der Teile zum Ganzen sowie Relationen innerhalb und zwischen Mengen rekonstruieren erklären können.

Dies erfordert abstrakte und komplexe Denkvorgänge. Mit der Wechseloperation kann gleichzeitig überprüft werden, ob das Kind solide über die „Kraft der Zwei“ (auch das Subitizing) verfügt oder ob es z.B. beim Anblick des Zweifränklers immer wieder in Einzelschritten zu zählen beginnt.

Mit Hilfe von Spielgeld wird die Frage operativ überprüft, ob (1Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr.)

grösser, kleiner oder gleich viel ist wie (1 Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr. +1 Fr.) \rightarrow (2 Fr. +2 Fr. +1 Fr. +1 Fr.), wobei \rightarrow das Symbol für die Wechseloperation ist. Wenn das Kind die Wechseloperation als reversible erkennt und das zum Ausdruck bringt, würde man sie besser mit diesem Pfeil \leftrightarrow symbolisieren.

Situation:

- A) Die Versuchsleitung legt 6 Einfrankenstücke auf den Tisch in eine Reihe wie in Abbildung 1. Nun bittet sie das Kind, eine gleichgrosse Anzahl von Einfrankenstücken zusammenzustellen (überprüfen, ob das Kind das Geldstück kennt).
- „Leg gleichviel mit deinen Einfrankenstücken“
- „Leg dasselbe mit deinen Einfrankenstücken“
- „Leg dieselbe Anzahl Einfrankenstücke“
- „Leg gleichviel Einfrankenstücke hin wie ich.“
- „Leg nicht mehr und nicht weniger.“
- B) Neu ist jetzt, dass der Geldwert nicht mehr allein mit dem Abzählen der einzelnen Frankenstücke oder gar mit der Wahrnehmung allein bestimmt werden kann. Die Kinder müssen beim Zweifrankstück abstrahieren, d.h. sie interpretieren ein Geldstück als Wert, bzw. als Geld-Menge von 2 Fr. Diese Teilmenge können die Kinder ev. schon als „zwei Franken“ behalten oder sie müssen sie durch einen Zählvorgang rekonstruieren.

Die Instruktion lautet:

„Sieh mal, ich habe hier zwei Zweifrankenstücke (prüfen, ob das Kind das Geldstück kennt). Tausche nun bei deiner Reihe von Einfrankenstücken mit diesen Zweifrankenstücken um.“

Die Versuchsleiterin zeigt auf die neben den Reihen liegenden Zweifränkler.

Wenn das Kind den Umtausch noch nicht beherrscht, kann es die Versuchsleiterin machen, siehe Abbildung 3. Am Schluss soll die Anlage so aussehen wie bei der Abbildung 4.

Abbildung 3

Anordnung der Münzen bei der Wechseloperation

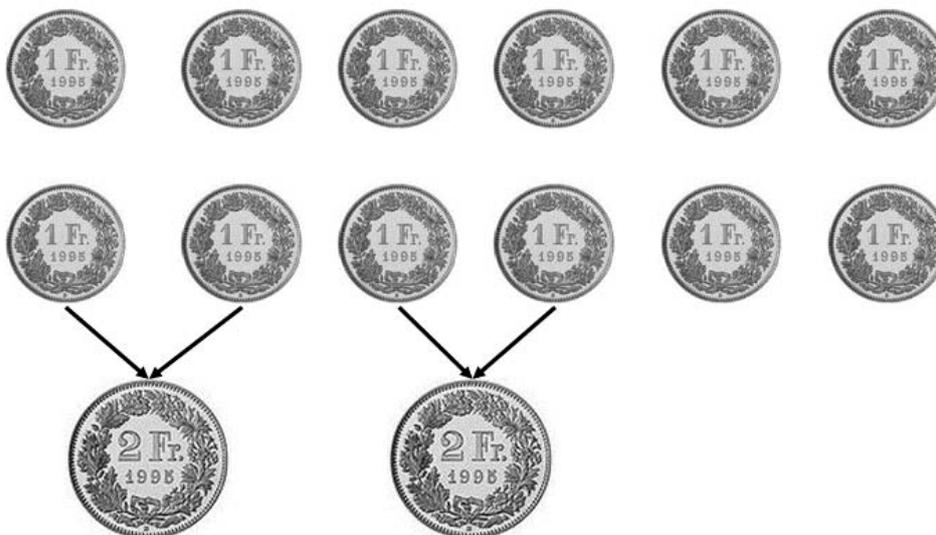


Abbildung 3 verdeutlicht, wie und welche Münzen umgetauscht werden sollen. In zusätzlichen Prüfungen könnten auch andere Paare von Einfrankenstücken umgetauscht werden.

Abbildung 4

Anordnung der Invarianzprüfung mit den Zweifrankenstücken



Wenn die Anordnung gemäss der Abbildung 4 mittels der Wechseloperationen realisiert worden ist, stellt man dem Kind die folgenden möglichen Fragen:

„Hat es dasselbe bei den Geldstücken hier und hier?“

„Hat es gleichviel Geld hier und hier?“

„Oder hat es mehr?“

„Oder hat es irgendwo hier und hier weniger?“

„Wie kommst du darauf?“

Methodische Differenzierungen beim Experiment mit den Zweifrankenstücken

Das flexible Interview lädt dazu ein, dass die Versuchsleiterin oder das Kind die Auseinandersetzung mit dem Gegenstand des Experiments differenzieren und erweitern kann. Nehmen wir den Fall an, dass das Kind noch nicht mit den Zweifrankenstücken operieren kann, indem es sie z.B. wie Einfrankenstücke auffasst und sagt, dass in der Reihe mit den Zweifränkern nach der Wechseloperation nur noch 4 Franken sind, also weniger als vorhin, als noch 6 Einfränkler da lagen. Es könnte auch sein, dass das Kind während den Wechseloperationen Einwände macht, dass nun die Menge des Geldes in einer Reihe verändert worden sei. In diesen Fällen soll man das Kind auffordern, mit den Münzen zu zeigen, was es meint. Man könnte ihm auch sagen, es soll die Reihen so bestücken, dass sie beide gleichviel Geld hätten. Man sieht in diesem Experiment, dass die Frage zu prüfen ist, ob das Kind den Unterschied zwischen Anzahl von Münzen und der Menge des Geldes (des Geldwertes) als abstrakte Zahl differenzieren und koordinieren kann. Oder anders formuliert: das Experiment differenziert zwischen der Invarianz von Anzahlen von Münzen und der Invarianz von Geldwerten.

Um sicher zu gehen, ob das Kind die Äquivalenz der beiden Münzenreihen erkennt, kann man die Reihen nach der Auseinandersetzung mit der standardisierten Variante in zusätzlichen Darstellungen vorlegen. Das können Haufen sein, auch Kreisformen oder vertikal ausgerichtete Reihen sind möglich. Wie gesagt nannten Inhelder, Sinclair & Bovet (1974) die Erweiterung der vordefinierten Aufgabe die Gegen-Überprüfung. Sie ist ein bedeutsamer Aspekt der Forschungsmethode der Genfer Schule. Man vertieft die Kenntnis über eine Fähigkeit, indem man diese Fähigkeit gleich von verschiedenen Seiten experimentell überprüft. Das ist die „**vérification sur le vif**“. Man gibt sich nicht übereilt mit einer Antwort des Kindes zufrieden, sondern man sondiert weiter oder man lässt das Kind Darstellungs- und Erklärungsversuche herstellen, indem man es auffordert: Was kannst du mir noch zeigen mit diesem Geld? (Grundlegende Hinweise sind bereits beim klassischen Invarianzversuch erläutert worden.)

Zur Vérification oder der Gegenprüfung gehört auch, dass man die Position der gewechselten Zweifrankenstücke wechselt, wie es unten schematisch angedeutet wird. In diesem Schema wurde gleichzeitig die Länge der Reihen in Übereinstimmung gebracht.

o o o o o o o
o O o O

Interpretation der Antworten

Die Interpretation der Antworten erfolgt unter bewusstem Verzicht auf Altersangaben. Im Zentrum stehen die Logik der Handlung und die Logik und der Inhalt der Erklärung des Kindes. Es lassen sich Gruppen oder Netzwerke von Argumenten und Handlungen unterscheiden. Diese lassen sich qualitativ ordnen. Weitere Forschungen und weitere Übungen mit Kindern im Unterricht würden bestimmt sehr interessante Argumentationsgruppen eruieren helfen.

Noch keine Werterhaltung:

Um die zweite Ansammlung in beiden Situationen herzustellen, kann das Kind zum Zählen übergehen, oder es kann irgendeine figurale Aufstellung aufbauen, oder es führt eine globale Übereinstimmung aus, oder es geht in 1:1-Schritten vor. Das Kind kann den Unterschied zwischen der Anzahl der Münzen (hier mit den Einfrankenstücken und dort mit der gemischten Reihe bestehend aus Einfränkern und Zweifränkern) und dem (Zahlen-) Wert des Geldes noch nicht herauschälen.

Die Urteile sind nicht werterhaltend in beiden Situationen. Das Kind koppelt den Wert an die Länge der Reihen. Es kann sogar sein, dass es unten mittels des Subitizing zwar vier Münzen erkennt, aber den Geldwert noch nicht bestimmen kann.

„Es hat oben mehr Geld, weil die Frankenstücke unten sehr nahe beieinander sind“, „Es hat oben mehr Geld weil es 6 Fr. sind, unten hat es nur vier.“ etc.

Die Frage nach der Menge der Münzen kann korrekt oder nicht korrekt gelöst werden.

Zwischenphase:

Die Ansammlungen werden durch eine korrekte 1:1 – Übereinstimmung hergestellt. Das heisst auch, dass die Wechseloperation $1\text{Fr.} + 1\text{Fr.} \rightarrow 2\text{Fr.}$ beherrscht wird.

Die Fragen nach der Werterhaltung führen zu folgenden Verhaltensweisen:

- Das Urteil des Kindes ist in der einen Situation werterhaltend, in der andern Situation aber nicht;

- Widersprüche zwischen Wahrnehmung und Aussagen werden z.T. wahr genommen, können aber nicht aufgehoben werden;
- Es kann sein, dass man Verzögerungen oder Schwankungen im Urteil feststellt in jeder Situation: „Es hat oben mehr Franken ... nein unten...es ist dasselbe bei beiden...“ etc.

Die Antworten zur Werterhaltung werden nicht untermauert durch ausformulierte und vollständige Argumente. Die Anzahl der Frankenstücke bzw. die Anzahl der Münzen wird korrekt bestimmt, die Schlussfolgerung auf die Werterhaltung besteht aber in einem „Rateprozess“: „Es hat oben 6 Frankenstücke... dann errate ich auch unten 6 Franken.“ Die Wechseloperation kann noch nicht in eine Addition oder gar eine Multiplikation integriert werden.

Walterhaltung

Die verschiedenen Anordnungs-Situationen bieten Anlass zu stabilen Urteilen über die Werterhaltung. Das Kind weiss, dass die Menge des Geldes gleich bleibt, in diesem Fall 6 Fr. Das wird durch eines oder mehrere der folgenden Argumente gerechtfertigt:

- Argument der „Identität“: „Oben und unten hat es in beiden Reihen gleich viel Geld. Unten hat es zwar weniger Münzen (Geldstücke). Aber es sind gleichviele Franken, weil zwei Mal zwei Einfränkler in Zweifränkler gewechselt worden sind.“ Unten hat man vier Einfränkler weg genommen, dafür aber wieder zwei und zwei Franken zurückgetan. Es spielt keine Rolle, wie man die Münzen hinlegt.“
- Argument der „Reversibilität“: „Man könnte auch die andere Reihe oben wechseln, genau gleich wie die Untere. Man könnte die Münzen schön zueinander legen, dann sähe man, dass immer ein Franken zu einem Franken kommt, bei den Zweifränklern würden zwei Einfränkler hinzu gelegt. So sieht man am Schluss, dass es gleichviel sein muss. Es hat in keiner Reihe mehr Geld.“
- Argument der „Kompensation“. Dieses ähnelt zum Teil Argumenten der Reversibilität, siehe oben: „Die Zwischenräume zwischen den Münzen können verschieden sein, die Länge der Münzenreihen ist dann auch verschieden. Wenn man aber das Geld richtig zählt, sieht man immer wieder, dass es gleichviel ist.“ Oder: Die Abstände zwischen den Münzen sind verschieden oder gleich, der Zweifränkler ist wie zwei Einfränkler, darum ist bleibt es gleichviel Geld.

Wenn das Experiment abgeschlossen ist, kann man u.U. das Experiment mit den Fünffrankenstücken vornehmen.