

### 5.3 Das Invarianzexperiment mit den Einfrankenstücken

Im klassischen Experiment sind die Jetons neutrale, abstrakte Objekte, in die man in der Regel den Zahlbegriff eins projiziert, bzw. eine Einheit der natürlichen Zahlen. Einfrankenstücke enthalten bildhafte, alphabetische und numerische Symbole. Das Geld erscheint als Sache und als Zahlenwert. Es ist wahrscheinlich, dass die Kinder über Vorerfahrungen mit dem Zählen und mit dem Geld verfügen. Diese könnten im Vorfeld des Experiments mit dem Kind operativ erkundet werden. Dies geschieht dadurch, dass man einen Geldbeutel mit Spielgeld (Münzen und Banknoten) vorlegt und das Kind bittet, einem die Sache so gut es geht zu zeigen und zu erklären. Von diesem einleitenden Gespräch sollte man sich Notizen machen. Danach beginnt man mit dem Experiment. Je nach Untersuchungs- oder Klassensituation arrangiert man am Schluss des Experiments einen Ausklang, bei dem man nochmals auf die Arbeit zurückschaut und oder Ausblick hält, wie man an diesem Thema weiterarbeiten möchte.

Erste Situation:

Die Versuchsleitung legt 6 bis 8 Einfrankenstücke auf den Tisch in eine Reihe. Nun bittet sie das Kind, eine gleichgrosse Anzahl von Einfrankenstücken zusammenzustellen. Zuvor sollte wie gesagt überprüft worden sein, ob das Kind das Einfrankenstück kennt.

„Leg gleichviel mit deinen Einfrankenstücken.“

„Leg dasselbe mit deinen Einfrankenstücken.“

„Leg dieselbe Anzahl Einfrankenstücke.“

„Leg gleichviel Einfrankenstücke hin wie ich.“

„Leg nicht mehr und nicht wenige.“

Exkurs: Theoretische Überlegungen zum Inhalt der Fragen

Nach Bruce & Threlfall (2004) zielt diese Instruktion auf die Überprüfung des Mengenaspekts, der Kardinalität. Mit der klassischen Frage „wie viele Sachen hat es hier“, provoziert man bei den Kindern meistens einen Zählvorgang, dessen letzte Zählzahl gleichbedeutend ist, wie die Anzahl der Objekte. Dies setzt voraus, dass die Kinder jedem Objekt ein und nur ein Zählwort in der richtigen Reihenfolge zuordnen können. In verschiedenen Experimenten wurde beobachtet, dass andere Instruktionen wie zum Beispiel „gib mir x Objekte“ offenere Reaktionen ermöglichen (Sophian, 1995). Der Vergleich der verschiedenen Instruktionsweisen zeigt, dass im klassischen Invarianzexperiment die „Wie viele Sachen hat es hier“-Frage nie gestellt worden ist. Das soll auch in den Experimenten dieses Essays gelten.

Wichtiger ist die Unterscheidung, dass es den Kindern leichter fällt, die Identität *einer* einzigen Menge zu bestimmen, deren Darstellung man nach und nach verändert hat. Viel grössere Schwierigkeiten bereitet den Kindern die Invarianz beim Vergleich von zwei Mengen, deren Darstellung nach und nach verändert wird (Elkind, 1967; Sophian, 1995; Bruce & Threlfall, 2004). Griffiths, Shantz & Sigel (1967) untersuchten die Kenntnisse von Kindern bezüglich der Relationsbegriffe „mehr, gleich (-viel, -lang, -schwer) und weniger“ beim Vergleich von Zahlen, Längen und Gewicht von Gegenständen. Sie stellten fest, dass der Gleichheitsbegriff der schwierigste von allen war. Dies bestätigt auch die Untersuchung von Elkind (1967), in der der Vergleich zweier Mengen mehr Schwierigkeiten bereitet hatte. Bezüglich der überprüften Bereiche waren die Längenvergleiche die schwierigsten. In unseren Experimenten kommen alle Relationsbegriffe in den Fragen der Versuchsleiterin vor.

Man sollte sich bei allen Experimenten und den theoretischen Diskussionen bewusst sein, dass die Mengenvergleiche, die Relationsbegriffe, die Zähloperationen, die logischen Schlussfolgerungen sowie die Strukturierbarkeit von Zahlendarstellungen und Mengen mit dem Fokus auf die Invarianz auf ein Thema zielen: dass Arithmetik etwas Dynamisches und Beziehungsreiches ist.

Das Verhalten des Kindes und der untersuchenden Person soll frei beobachtet und protokolliert werden.

Nun legt die Versuchsleitung, wenn es nicht schon vom Kind gemacht worden ist, die Einfrankenstücke in eine 1 zu 1 Anordnung, siehe Abbildung 1.

Abbildung 1

*Die 1 zu 1 Anordnung der Einfrankenstücke*



Mit der Anlage in Abbildung 1 wird überprüft, ob das Kind die Gleichwertigkeit der Reihen korrekt beurteilen kann.

Danach verändert die Versuchsleiterin die Anordnung der Einfrankenstücke. Entweder vergrössert sie die Abstände einer Reihe oder sie verkleinert die Abstände einer Reihe, siehe Abbildung 2.

Abbildung 2

*Anordnung der Einfrankenstücke für die Prüfung der Invarianz*



Mit Blick auf die Anordnung der Einfrankenstücke in Abbildung 2 kann die Versuchsleiterin die folgenden Fragen stellen:

- „Hat es dasselbe bei den Einfrankenstücken hier und hier?“
- „Hat es gleichviel Einfrankenstücke hier und hier?“
- „Ist die Anzahl gleich bei den Einfrankenstücken hier und hier?“
- „Oder hat es mehr?“
- „Oder hat es weniger?“
- „Wie kommst du darauf?“

Wenn das Kind bei der Abbildung 2 “meint”, dass es oben mehr hat als unten, “weil oben ‘grösser’ ist, so sollte die Anordnung vertauscht werden, indem man die Einfrankenstücke oben enger zusammen schiebt:

O O O O O O O O  
O O O O O O O O

### **Methodische Differenzierungen**

Es gehört zur Methode des flexiblen Interviews, dass die Versuchsleiterin oder das Kind die Auseinandersetzung mit dem Gegenstand des Experiments differenzieren und erweitern kann. Das würde bedeuten, dass man z.B. die Einfrankenstücke in verschieden grossen Kreisen nebeneinander legen kann. Man könnte sie auch vertikal, an Haufen oder als Punktefelder hinlegen. Inhelder,

Sinclair & Bovet (1974) nannten die Erweiterung der vordefinierten Aufgabe die Gegen-Überprüfung. Sie ist ein bedeutsamer Aspekt der Forschungsmethode der Genfer Schule. Man vertieft die Kenntnis über eine Fähigkeit, indem man diese Fähigkeit gleich von verschiedenen Seiten experimentell überprüft. Das ist die „**vérification sur le vif**“. Man gibt sich nicht übereilt mit einer Antwort des Kindes zufrieden, sondern man sondiert weiter oder man lässt das Kind Darstellungs- und Erklärungsversuche herstellen, indem man es auffordert: Was kannst du mir noch zeigen mit diesem Geld? (Grundlegende Hinweise sind bereits beim klassischen Invarianzversuch erläutert worden.)

### **Interpretation der Antworten**

Die Interpretation der Antworten erfolgt unter bewusstem Verzicht auf Altersangaben. Im Zentrum stehen die Logik der Handlung und die Logik der Erklärung des Kindes. Diese lassen sich qualitativ ordnen. In einer Forschungsarbeit könnten Altersnormen eruiert werden.

### **Noch keine Werterhaltung:**

Um die zweite Ansammlung in beiden Situationen herzustellen, kann das Kind zum Zählen übergehen, oder es kann irgendeine figurale Aufstellung aufbauen, oder es führt eine globale Übereinstimmung aus, oder es geht in 1:1-Schritten vor.

Die Urteile sind nicht werterhaltend in beiden Situationen, also wenn die obere oder die untere Reihe verlängert worden ist.

„Es hat oben mehr Geld, weil die Frankenstücke unten sehr nahe beieinander sind“, etc.

Die Frage der Mengenbestimmung kann korrekt oder nicht korrekt gelöst werden.

### **Zwischenphase:**

Die Ansammlungen werden durch eine korrekte 1:1 – Übereinstimmung hergestellt.

Die Fragen nach der Werterhaltung führen zu folgenden Verhaltensweisen:

- c) Das Urteil ist in der einen Situation werterhaltend, in der andern Situation aber nicht;
- d) Es kann sein, dass man Verzögerungen oder Schwankungen im Urteil feststellt in jeder Situation: „Es hat oben mehr Franken ... nein unten...es ist dasselbe bei beiden...“ etc.

Die Antworten zur Werterhaltung werden nicht untermauert durch ausformulierte und vollständige Argumente. Die Anzahl der Frankenstücke wird korrekt bestimmt, die Schlussfolgerung auf die Werterhaltung besteht aber in einem „Rateprozess“: „Es hat oben 6 Frankenstücke... dann errate ich unten auch 6 Frankenstücke.“

### **Wererhaltung**

Die beiden Situationen bieten Anlass zu stabilen Urteilen über die Werterhaltung. Das wird durch eines oder mehrere der folgenden Argumente gerechtfertigt:

- Argument der „Identität“: „Es hat gleich viele oben, weil man es zuvor gut hingelegt hatte und man hat nichts weggenommen, man hat es bloss zusammengesoben.“
- Argument der „Reversibilität“: „Man könnte auch die andern auf einen Haufen tun, oder man könnte eines neben das andere legen, dann man hat oben oder unten nicht mehr Frankenstücke.“
- Argument der „Kompensation“: „Hier, die oben, das ist eine lange Linie, aber es hat Zwischenraum zwischen den Frankenstücken, deshalb kommt es auf dasselbe heraus.“

Wenn das Experiment abgeschlossen ist, kann man u.U. das Experiment mit den Zweifrankenstücken vornehmen.