

5.6.2 Das erweiterte Invarianzexperiment mit Geldscheinen

Beim *erweiterten* Invarianzexperiment mit Geldscheinen wird ein neuer Zahlbegriff in die Prüfung aufgenommen: 80. Der Geldwert von 80 Franken ist nicht direkt mit *einem* Geldschein darstellbar. Es ist möglich, dass das Kind sagt, es brauche achtzig Einfränkler, um den Geldbetrag darstellen zu können. Dann sollte man ihm mitteilen, dass es nicht so viele Einfränkler in der Kasse habe und dass man deshalb mit den Geldscheinen arbeiten würde. Diese Beobachtung im Abschnitt über die methodischen Differenzierungen genauer erörtert, siehe unten.

Das Experiment möchte prüfen, ob und wie das Kind den Betrag mit Geldscheinen darstellen kann. Wir wissen wohl, dass diese Prüfung wichtige Indikatoren beinhaltet, welche über den Zahlbegriff und über die verfügbaren Operationen Auskunft geben. Mathematisch betrachtet stehen unendlich viele Terme der Zahl 80 zur Verfügung.

Auch dieses Experiment besteht aus einer Voraufgabe und der eigentlichen Prüfungssituation. Zur *Voraufgabe* des Experiments gehört einerseits, dass man zuerst mit dem Kind die Vorerfahrungen mit achtzig Franken operativ erkundet. Man legt Spielgeld (Münzen und Geldscheine) vor das Kind und bittet es, einem 80 Franken zu zeigen und so gut es geht zu erklären. Andererseits prüft man wie im klassischen Invarianzversuch, wie das Kind den mit acht Zehnfrankenscheinen dargestellten Geldwert im Verhältnis zur Präsentationsform rekonstruieren kann.

Bei der *Prüfungsaufgabe* muss das Kind fünf von acht Zehnfrankenscheinen umwandeln in eine Fünzigernote und mit der ursprünglichen Menge von acht Zehnernoten vergleichen.

Auch bei diesem Experiment sollten Einblicke in das Verständnis der Symbole geschaffen werden. So sollte man immer wieder nachfragen und beobachten, ob das Kind Argumente formuliert, welchen *Lesevorgänge* vorausgegangen sind. Diesbezügliche Vorerfahrungen können aus dem privaten oder dem schulischen Umfeld des Kindes stammen.

A) Vorübung mit den acht Zehnernoten ohne Wechseloperation

Die Vorübung beinhaltet noch keine Wechseloperationen. Der Versuchsleiter legt acht Zehnernoten vor sich hin, siehe Abbildung 9. Nun bittet er das Kind, dasselbe bei sich zu tun. Jetzt stellt der Versuchsleiter einige Fragen und er fordert dabei das Kind immer wieder auf, auch mit den Geldscheinen zu zeigen, was es meint und wie es die Antworten darstellen möchte.

Abbildung 9

Vorübung 1: Die Identität der Menge der Geldscheine

Versuchsleiterin



Kind

Abbildung 9 illustriert die Situation bei der Vorübung 1 zum Experiment mit den acht Zehnernoten. Wenn die Geldscheine vor den beiden Personen ausgebreitet sind, fragt der Versuchsleiter:

„Was kannst du über das Geld bei dir und bei mir sagen?“

„Was hast du, was habe ich?“ (Vermeiden Sie es, in der ersten Frage die folgenden Ausdrücke zu verwenden: „Wie viel, mehr, weniger, gleichviel.“)

Die Beobachtungen werden notiert. Es sollte v.a. auch beobachtet werden, wie das Kind die Menge des Geldes rekonstruiert. Zählt es z.B. jede Zehnernote in Einerschritten bis zehn, dann weiter bis zwanzig, usf.? Kann es die Geldmenge von 80 Fr. in Zehnerschritten aufbauen?

Jetzt verändert der Versuchsleiter die Anordnung der Geldscheine. Die Abstände zwischen den Zehnernoten werden beim Versuchsleiter vergrössert, siehe Abbildung 10.

Abbildung 10

Vorübung 2: Die Invarianz der Geldmenge erkunden



Versuchsleiter



Kind

Mit Blick auf die Anordnung in Abbildung 10 werden dem Kind in ruhigem Ton die folgenden Fragen gestellt. Dabei fordert man das Kind immer wieder dazu auf, mit den Geldscheinen zu zeigen, was es meint:

„Hat es dasselbe bei den Geldscheinen hier und hier?“

„Hat es gleichviel Geld hier und hier?“

„Oder hat es irgendwo mehr?“

„Hat es irgendwo hier oder hier weniger?“

„Wie kommst du darauf?“

Wie in den vorgängigen flexiblen Interviews gilt auch hier: Wenn man sieht, dass das Kind noch keine Begriffe und Kenntnisse aufbauen konnte, sollten die Sachverhalte erläutert werden. Das bedeutet, dass man dem Kind eine Information über die acht Zehnernoten und die Geldmenge von 80 Fr. gibt, ohne dass Wechseloperationen vorgestellt werden. Das bedeutet, dass man die Aufgabe und die Gegenstände begrifflich erläutert und erörtert. Diese Information kann bei der Arbeit mit fremdsprachigen Kindern sehr bedeutsam sein.

Wenn das Kind den Geldwert noch nicht bestimmen kann und einfach feststellt, dass jede Person acht Geldscheine hat, kann man mit dem Experiment weiter fahren. Falls es auch die acht Geldscheine noch nicht zählen kann, sollte man die Untersuchung mit so vielen Geldscheinen durchführen, wie das Kind durch Zählen sicher bestimmen konnte. Zählte es z.B. vier Geldscheine

korrekt, könnte man die Anordnung auf vier Zehnernoten reduzieren und analog zur Abbildung 10 hinlegen.

Wenn man wahrnimmt, dass das Kind überfordert ist, kann man mit ihm aushandeln, ob es das nachfolgende Experiment noch machen möchte oder nicht. Die Zusammenarbeit mit dem Kind wird protokolliert.

Methodische Differenzierungen beim Experiment mit den acht Zehnernoten

Es ist sehr wahrscheinlich, dass Kinder nicht immer die erwarteten Antworten und Operationen produzieren. In solchen Momenten ist die Pädagogin oder der Psychologe herausgefordert, offen zu bleiben und alternative Arrangements kreativ zu entwickeln. Je nachdem erlebt man, dass einen die Kinder inspirieren. Die Beachtung der Selbstbestimmung der Kinder ist Teil der Methode des flexiblen Interviews. Man prüft keine Automaten, sondern es begegnen sich autonome Personen. Piaget und seine Mitarbeiterinnen haben die Methode immer wieder in diesem Sinn erläutert. Die soziale Interaktion sowie die ethische und die intellektuelle Selbstbestimmung sind Kernpunkte der genetischen Entwicklungspsychologie und der Pädagogik, die sich auf sie beruft (Kamii, 2004).

Nehmen wir das oben erwähnte Beispiel, in dem ein Kind bekannt gab, dass es achtzig Einfränkler benötige, um den Geldbetrag darstellen zu können. Im ersten Durchgang sollte man das Kind informieren, dass es nicht so viele Einfränkler in der Kasse habe und dass man deshalb mit den Geldscheinen arbeiten würde. Man sollte jedoch klären, ob das Kind diese Bedingung akzeptiert oder nicht. Wenn es daran festhält, dass es achtzig Einfränkler braucht, so kann man die Geldstücke entweder mit Wendepfennichen simulieren oder man verschiebt die Prüfung auf einen anderen Zeitpunkt und organisiert in der Zwischenzeit das erforderliche Material. Die Missachtung der Ansprüche des Kindes hat zur Folge, dass man gar nicht überprüfen kann, wie das Kind von sich aus die Menge von 80 Fr. mit den Einfränkclern darstellt. Würde es eine lange Reihe bilden? Würde es Gruppen machen mit je zwei, fünf oder zehn Stücken? Wie würde es die Münzen zählen? Alle diese Fragen blieben unbeantwortet. Man würde im Nachhinein einsehen, dass man einfach eine Prüfung veranstaltet hat und von den Denkwegen und Handlungsmöglichkeiten der Kinder weit entfernt geblieben ist. Daran wird ersichtlich, dass die „vérification sur le vif“ nicht nur die Variation der Fragen und Prüfungen durch die Erwachsenen bedeutet. Sie integriert auch die Visionen und Hypothesen der Kinder.

Interpretation der Antworten zur Vorübung mit den acht Zehnernoten

Die Antworten und Verhaltensweisen der Kinder bei der Vorübung werden beurteilt. Die Interpretation der Antworten erfolgt unabhängig von Altersangaben. Es geht vorerst um die qualitative Erfassung der Logik der Handlung sowie um die Erfassung der Logik und der Inhalte der Erklärungen des Kindes. Es lassen sich Gruppen oder Netzwerke von Argumenten und Handlungen unterscheiden. Diese werden qualitativ in drei Niveaus geordnet.

Noch keine Werterhaltung:

Das Kind kann den Unterschied und die Gemeinsamkeit zwischen der Anzahl der Geldscheine und dem Geldwert noch nicht herauschälen. Es geht immer wieder zum Zählen über: acht Zehnernoten hier, acht Zehnernoten dort. Unter Umständen stellt es irgendeine figurale Aufstellung her, indem es die Geldscheine in eine andere Reihe legt oder zu einem Bündel stapelt. Es könnte auch sein, dass es einfach sagt: „Das sind beides Noten“ (Geldscheine), was als Herstellungsversuch einer globalen Übereinstimmung gedeutet werden kann. Das Kind zählt die Zehnernoten in Einerschritten durch. Das heisst, dass es z.B. mit dem Finger auf die erste Zehnernote tippt und zu zählen beginnt: 1, 2, 3, Bei der Zahl zehn angelangt zeigt es mit dem Finger auf die zweite Zehnernote und fährt mit dem Zählvorgang fort: 11, 12, 13, ... Man würde sehen, dass das Kind die Zählwortreihe und den in zehn Schritten gebündelten Zählvorgang gut vollziehen kann. Das Kind könnte auch über die Fähigkeit verfügen, Zehnerschritte zu formulieren: 10, 20, 30, Dabei können noch Zählfehler vorkommen. Das Resultat des Zählvorganges kann noch nicht in den Vergleich der Reihen aufgenommen werden.

Die Urteile sind nicht werterhaltend. Das Kind koppelt den Wert an die Länge der Reihen der Zehnernoten. Würde man die acht Zehnernoten kreisförmig auslegen, könnte das Kind behaupten, dass der grössere Kreis von Zehnernoten mehr Geld enthält. Es kann auch sein, dass es mittels des Subitizing eine kleinere Gruppe von Zehnernoten erkennt, aber den Geldwert von 80 Fr. noch nicht bestimmen kann.

„Es hat hier (bei den Zehnernoten) mehr Geld, weil die Geldscheine weit auseinander liegen (oder länger sind: da ist es länger).“ Die Frage nach der Anzahl der Geldscheine kann korrekt oder nicht korrekt gelöst werden.

Zwischenphase:

Die Ansammlungen werden durch eine korrekte 1:1 – Übereinstimmung zwischen den je acht Zehnernoten hergestellt. Das Kind kann in Zehnerschritten bis achtzig zählen. Es könnte auch in Einerschritten korrekt die Geldmenge von 80 Fr. aufzählen.

Die Fragen nach der Werterhaltung führen zu folgenden Verhaltensweisen:

- Das Urteil des Kindes ist in der einen Situation werterhaltend, in der andern Situation aber nicht;
- Widersprüche zwischen Wahrnehmung und Aussagen werden z.T. wahr genommen, können aber nicht geklärt werden;
- Es kann sein, dass man in jeder Situation Verzögerungen oder Schwankungen im Urteil feststellt: „Es hat hier mehr Franken (mehr Geld) ... nein dort...es ist dasselbe bei beiden...“ etc.

Die Antworten zur Werterhaltung werden nicht untermauert durch ausformulierte und vollständige Argumente. Die Anzahl der Geldscheine wird korrekt bestimmt, die Schlussfolgerung auf die Werterhaltung besteht aber in einem „Rateprozess“: „Es hat hier 8 Zehnernoten... dann errate ich, dass auch da 8 Zehnernoten sein müssten.“ Die Invarianz als logisches Fundament der Feststellung der Äquivalenz von zwei unterschiedlich dargestellten, gleichmächtigen Mengen ist noch nicht gefestigt.

Wertesicherung

Die verschiedenen Anordnungs-Situationen münden in stabilen Urteilen über die Wertesicherung. Das Kind weiss, dass die Menge des Geldes von 80Fr. gleich bleibt, unabhängig von den möglichen Darstellungsformen (Münzen, Geldscheine). Das wird durch eines oder mehrere der folgenden Argumente gerechtfertigt:

- Argument der „Identität“: „Hier und dort hat es gleich viel Geld. Hier sind acht Zehnernoten und dort sind acht. Sie liegen nicht gleich auf dem Tisch, aber es sind gleichviele Franken.“ „Es spielt keine Rolle, wie man die Zehnernoten hinlegt, ausgebreitet oder zu einem Bündel gestapelt.“ „Achtzig Franken sind acht Zehnernoten“, argumentiert das Kind im Sinn der Kraft es Zehners.
- Argument der „Reversibilität“: „Man könnte auch die andere Reihe auseinander ziehen, genau gleich wie die Erste.“ Oder man könnte deine Zehnernoten zusammen rücken und die acht Zehnernoten hier schön zueinander legen, dann sähe man, dass immer eine Zehnernote zu einer anderen Zehnernote passt. Es hat in keiner Reihe (oder auf keiner Seite) mehr Geld.“
- Argument der „Kompensation“. Dieses ähnelt zum Teil Argumenten der Reversibilität, siehe oben: „Die Zwischenräume zwischen den Zehnernoten können verschieden sein, die Länge der Reihe mit den Geldscheinen ist dann auch verschieden. Wenn man aber das Geld richtig zählt, sieht man immer wieder, dass es gleichviel ist.“ Oder: Die Abstände zwischen den

Zehnernoten sind verschieden oder gleich, die Zahl der acht Zehnernoten verändert sich nicht, deshalb bleibt es gleichviel Geld.“

Wenn das Experiment abgeschlossen ist, kann man je nach den Umständen das erweiterte Invarianzexperiment mit den erweiterten Geldscheinen machen, bei denen eine Wechseloperation gefordert wird.

Je nach Untersuchungs- oder Klassensituation arrangiert man am Schluss des Experiments einen Ausklang, bei dem man nochmals auf die Arbeit zurückschaut und oder Ausblick hält, wie man an diesem Thema weiterarbeiten möchte. Bestimmt erinnern sich einige Kinder an frühere Invarianzexperimente oder an „Wahrnehmungsfehler“, die sie früher gemacht hätten.